



GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN

PHYSIKALISCHES
GRUNDPRAKTIKUM

VERSUCH 11

MESSUNG GROSSER WIDERSTÄNDE

Praktikant:

Tobias Wegener
Alexander Osterkorn

E-Mail:

tobias.wegener@stud.uni-goettingen.de
a.osterkorn@stud.uni-goettingen.de

Tutor:

Ralph Schäfer

Gruppe:

1

Durchgeführt am:
5.9.2013

Protokoll abgegeben:
10.9.2013

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Gewöhnliche Messung von Widerständen	2
2.2	Messung großer Widerstände mit einem Kondensator	2
2.3	Analoger Stromintegrator	3
2.4	RLC-Parallelschwingkreis	4
2.5	Berechnung der Induktivität	4
3	Durchführung	5
3.1	Eichung des Stromintegrators	5
3.2	Kondensatorentladung	5
3.3	Schwingkreise	6
4	Auswertung	7
4.1	Eichung des Stromintegrators	7
4.2	Berechnung von ε_0 mit dem Plattenkondensator	7
4.3	Bestimmung von R_x und R_{iso}	8
4.4	Schwingkreis-Messungen	10
4.5	Eigenwiderstand des Oszilloskops	11
4.6	Unbekannter Widerstand R_x	12
4.7	Induktivität L und Verlustwiderstand R_L der Spulen	12
4.8	Kommerzieller Kondensator	15
4.9	Multimeter-Messungen	16
5	Diskussion	17
5.1	Messungen mit dem Stromintegrator	17
5.2	Messungen mit dem Oszilloskop	17
	Literatur	19

1 Einleitung

In diesem Versuch sollen Verfahren kennengelernt werden, um Widerstände zu messen, die so groß sind, dass sie nicht mehr mit einfachen Multimetern bestimmt werden können.

Es werden dazu Kondensatorentladungen und elektrische Schwingvorgänge untersucht.

2 Theorie

2.1 Gewöhnliche Messung von Widerständen

Üblicherweise werden Widerstände mit Hilfe des *Ohmschen Gesetzes* bestimmt. Zur Messung großer Widerstände ist dieses Vorgehen jedoch nicht geeignet. In diesem Fall würden sehr große Spannungen benötigt, um überhaupt messbare Ströme zu registrieren. Gewöhnlich werden Spannung und Strom mit einem Multimeter gemessen. Dieses verändert jedoch bauartbedingt die Messung, da ein Teil des zu messenden Stroms bereits durch den Innenwiderstand des Multimeters fließt. Ist der zu messende Widerstand sehr groß, so ist dieser nicht mehr vernachlässigbar und verfälscht das Ergebnis.

2.2 Messung großer Widerstände mit einem Kondensator

Große Widerstände lassen sich u.A. mit Hilfe eines Kondensators messen. Dazu beobachtet man dessen Entladung in einem RC-Parallelkreis. Kennt man die Ladung des Kondensators zu zwei verschiedenen Zeitpunkten t_1 , t_2 während der Entladung, so lässt sich der Gesamtwiderstand nach [Demtröder, 2013b, S. 49] der Schaltung mit Hilfe der folgenden Formel berechnen:

$$Q(t_2) = Q(t_1) \cdot \exp\left(-\frac{t_2 - t_1}{RC}\right)$$
$$\Leftrightarrow R = -\frac{t_2 - t_1}{C \cdot \log\left(\frac{Q(t_2)}{Q(t_1)}\right)} \quad (1)$$

Dabei ist zu beachten, dass auch der Kondensator einen sog. *Isolationswiderstand* R_{iso} besitzt, der daraus resultiert, dass einige Ladungen an die Umgebung verloren werden. Der Gesamtwiderstand während der eigentlichen Messung setzt sich dann aus R_{iso} und dem dazu parallel geschalteten

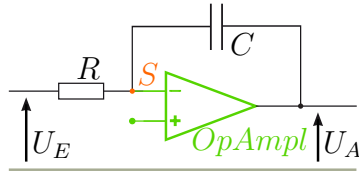


Abbildung 1: Schaltung eines Stromintegrators

unbekannten Widerstand R_x zusammen:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{iso}} + \frac{1}{R_x} \quad (2)$$

Im Versuch wird ein Plattenkondensator verwendet, welcher aus 65 runden Platten besteht. Bei dieser Anordnung sind die Randeﬀekte nicht zu vernachlässigen, sodass eine genauere Formel als die für den idealen Plattenkondensator verwendet werden muss:

$$C_n = (n - 1) \epsilon_0 \epsilon_r \left[\frac{\pi r^2}{d} + r \cdot \left(\ln \left(\frac{16\pi r}{d} \right) - 1 \right) \right] \quad (3)$$

2.3 Analoger Stromintegrator

Zur Messung der Ladungen wird ein *analoger Stromintegrator* verwendet. Dieser basiert auf einem invertierenden Operationsverstärker. In diesem Fall wird der Operationsverstärker über eine Rückkopplungsschaltung als Integrator verwendet. Die Ausgangsspannung lässt sich berechnen, indem man die Knotenregel (*Kirchhoffsche Regel*, [Demtröder, 2013b, S. 55]) auf den Summationspunkt S anwendet:

$$I_R + I_C = 0$$

Für die Ströme I_R und I_C gilt nach [Demtröder, 2013b, S. 45, S. 19]:

$$\begin{aligned} I_R &= \frac{U_E}{R} & I_C &= \dot{Q}_C = C\dot{U}_A \\ \Leftrightarrow U_A &= -\frac{1}{RC} \int_{t_0}^t U_E dt \\ \Rightarrow U_A &\propto \int I_R \end{aligned}$$

Nachdem also die entsprechende Proportionalitätskonstante bestimmt wurde, kann aus der Ausgangsspannung die insgesamt geflossene Ladung Q berechnet werden.

2.4 RLC-Parallelschwingkreis

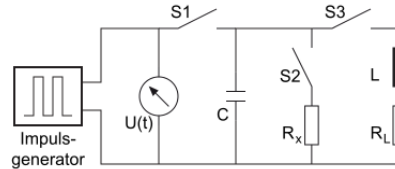


Abbildung 2: Schaltung eines RLC-Parallelschwingkreises¹

Im letzten Teil des Versuches werden Messungen an einem RLC-Parallelschwingkreis vorgenommen. Nach einem kurzen Spannungsstoß durch einen Impulsgenerator ist eine freie gedämpfte harmonische Schwingung zu beobachten. Eine solche wird nach [Demtröder, 2013a, S. 333] und [Demtröder, 2013b, S. 171] durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{Q} + 2\beta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0 \quad (4)$$

$$\beta = \frac{R}{2L} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (5)$$

Der natürliche Logarithmus des inversen Amplitudenverhältnisses zweier aufeinander folgender Maxima heißt *logarithmisches Dekrement* Λ der gedämpften Schwingung. Nach [Demtröder, 2013a, S. 334] gilt:

$$\Lambda = \beta T = \frac{R}{2L} T \quad (6)$$

2.5 Berechnung der Induktivität

Aus den Gl. 5 und insbesondere der Formel für die Resonanzfrequenz ω_0 lässt sich die in der Auswertung benötigte Formel zur Berechnung der Induktivität herleiten:

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{C(\omega^2 + \beta^2)} = \frac{1}{C} \frac{T^2}{4\pi^2 + \Lambda^2} \quad (7)$$

Für eine Luftspule lässt sich die Induktivität außerdem nach [Demtröder, 2013b, S. 131] mit der Formel

$$L = \mu_0 \cdot A \cdot \left(\frac{n}{l}\right)^2 \quad (8)$$

berechnen. Dabei bezeichnet A die Querschnittsfläche, n die Anzahl der Windungen und l die Länge der Spule.

¹lp.uni-goettingen.de/get/text/4070, Zugriff am 30.08.2013

3 Durchführung

3.1 Eichung des Stromintegrators

Zunächst muss der Stromintegrator geeicht werden, d.h. es muss die Proportionalitätskonstante zwischen der geflossenen Ladung und dem angezeigten Messwert bestimmt werden. Dazu erzeugt man mit Hilfe eines Eichgenerators einen Stromstoß konstanter Stärke über eine festgelegte Zeit t . Der Wert für die Zeit lässt sich mit Hilfe eines Oszilloskops ablesen, der Wert für den Strom kann mit Hilfe des *Ohm'schen Gesetzes* berechnet werden. Die dazu benötigten Werte sind ($U = 1,238V$ und $R = 10k\Omega$).

3.2 Kondensatorentladung

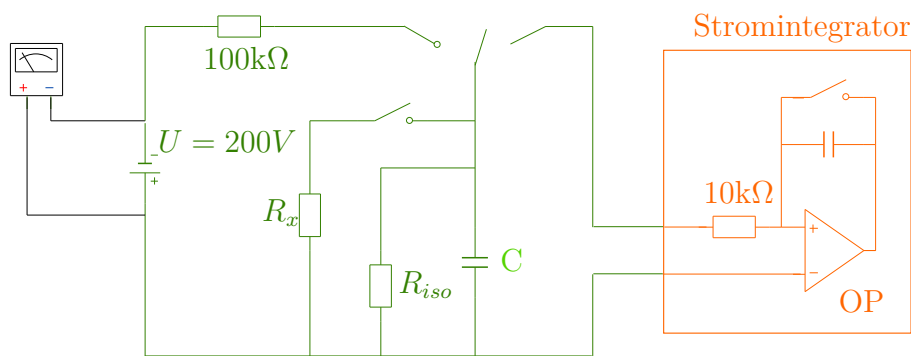


Abbildung 3: Kondensatorentladung mit Operationsverstärker

- Bei der ersten Teilmessung wird zunächst der Kondensator über eine externe Spannung auf $U = 220V$ aufgeladen. Dieser wird dann sofort durch den Messkreis entladen. Die geflossene Ladung kann daraufhin über den angezeigten Wert auf dem Stromintegrator berechnet werden. Diese Messung ist insgesamt 5 Mal zu wiederholen.
- Danach wird der unbekannte Widerstand R_x parallel zum Plattenkondensator geschaltet. Dieser wird zunächst aufgeladen und dann über R_x entladen. Mit Hilfe des Stromintegrators wird gemessen, wie viel Ladung zwischen dem Beginn der Entladung t_0 und einem späteren Zeitpunkt t geflossen ist. Diese Messung wird für verschiedene Zeiten t (0, 2, 4, 6, 8, 10, 20 und 30s) wiederholt.

- Nun wird die vorherige Messreihe noch einmal wiederholt, jedoch diesmal ohne den zusätzlichen Widerstand R_x . Da die Entladung nun deutlich langsamer erfolgt, werden hier größere Zeiten für t gewählt (0, 1, 2, 3 und 5 Min).

3.3 Schwingkreise

In diesem Abschnitt des Versuchs wird an verschiedenen Schaltungen eine Rechteckspannung angelegt. Der Spannungsverlauf wird mit Hilfe eines Oszilloskops dargestellt und ausgedruckt. Folgende Schaltungen sollen auf diese Weise untersucht werden:

- Impulsgenerator allein
- Impulsgenerator mit Plattenkondensator
- Plattenkondensator mit $2\text{ M}\Omega$ parallel
- Plattenkondensator mit unbekanntem Widerstand R_x parallel
- Plattenkondensator mit Drosselspule parallel
- Plattenkondensator mit Luftspule parallel
- Kommerzieller Kondensator mit $2\text{ M}\Omega$ Widerstand parallel

Hier ist es sinnvoll, bei jeder Messung auch nur die aktuell benötigten Bauteile zu verwenden. Man könnte zwar auch einen Schaltkreis bauen, in dem die anderen Bauteile mit einem Schalter deaktiviert werden können, aber es hat sich gezeigt, dass zu viele Kabel bei diesem Versuch eine ernstzunehmende Störquelle sind.

Schließlich müssen noch einige bauteilspezifische Größen mit dem Multimeter gemessen werden. So werden die ohmschen Widerstände der folgenden Bauteile benötigt: Drosselspule, Luftspule, $2\text{ M}\Omega$ -Widerstand, Plattenkondensator und unbekannter Widerstand R_x . Zudem werden die Kapazitäten der beiden Kondensatoren und die Abmessungen der Luftspule benötigt.

4 Auswertung

4.1 Eichung des Stromintegrators

Im Folgenden soll die *Eichkonstante* κ bestimmt werden, die den proportionalen Zusammenhang zwischen dem Anzeigewert x des Stromintegrators in Skalenteilen (Skt.) und der gemessenen Ladung Q in Coulomb angibt, also

$$x = \kappa \cdot Q . \quad (9)$$

Am verwendeten Eichgenerator fließt ein konstanter Strom von 0,124 mA (berechnet nach den angegebenen Werten aus dem Durchführungsteil). Tab. 1 zeigt die berechneten Ladungswerte und die angezeigten Skalenwerte. Es ergibt sich ein Mittelwert von (0.919 ± 0.004) Skt./ μC . Der Fehler wurde dabei aus der Standardabweichung der Werte aus Tab. 1 berechnet und berücksichtigt die Zahl der Messungen und die Student-t-Verteilung.

Der berechnete Fehler entspricht einem relativen Fehler von 0,44% und ist damit so klein, dass er für die weiteren Rechnungen vernachlässigt wird.

Zeit t [s]	Ladung Q [μC]	Skalenwert x [Skt.]	Eichkonstante κ [Skt./ μC]
0.008	0.9904	0.907	0.9158
0.007	0.8666	0.792	0.9139
0.006	0.7428	0.683	0.9195
0.005	0.6190	0.571	0.9225
0.004	0.4952	0.449	0.9067
0.003	0.3714	0.344	0.9262
0.002	0.2476	0.230	0.9289

Tabelle 1: Eichung des Stromintegrators

4.2 Berechnung von ε_0 mit dem Plattenkondensator

Im Versuch wird mit dem Stromintegrator die Ladung berechnet, die sich auf dem Plattenkondensator nach einer Aufladung mit 220 V befindet. Daraus berechnet man die Kapazität C des Plattenkondensators. Die Messung der Kondensatorladung wurde zehnmal durchgeführt und unter Berücksichtigung eines Student-t-Faktors von 1.06 erhält man als Mittelwert $Q = (0.75 \pm 0.01)\text{Skt.}$. Unter Benutzung von Formel 9 und der Fehlerfortpflanzung $\sigma_Q = \sigma_x/\kappa$ ergibt sich dann ein Wert von $Q = (8.2 \pm 0.1)$ C. Mit der bekannten Spannung von 220 V und der Fehlerfortpflanzung $\sigma_C = \sigma_Q/U$ folgt dann der Wert für

die Kapazität

$$C = \frac{Q}{U} = (3.73 \pm 0.05) \text{ nF} .$$

Andererseits lässt sich die Kapazität des Plattenkondensators auch mit Formel 3 berechnen, wobei hier $n = 65$, $r = 0.1\text{m}$, $d = 0.005\text{m}$ und $\varepsilon_r = 1$ (siehe Durchführungsteil).

Damit berechnet man

$$\varepsilon_0 = \frac{C}{(n-1) \left[\frac{\pi r^2}{d} + r \cdot \left(\ln \left(\frac{16\pi r}{d} \right) - 1 \right) \right]}$$

und die Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_C}{(n-1) \left[\frac{\pi r^2}{d} + r \cdot \left(\ln \left(\frac{16\pi r}{d} \right) - 1 \right) \right]} .$$

Alle benötigten Werte sind bekannt, also folgt

$$\varepsilon_0 = (8.48 \pm 0.12) \cdot 10^{-12} \text{ A s V}^{-1} \text{ m}^{-1} .$$

4.3 Bestimmung von R_x und R_{iso}

Im Versuch wird für verschiedene Entladezeiten die Ladung gemessen, die noch auf dem Kondensator ist. Nach Formel 1 kann man damit die Größe des Widerstands berechnen. Es gilt

$$R = -\frac{t_2 - t_1}{C \cdot \log(Q_2/Q_1)} = -\frac{1}{C} \frac{t_2 - t_1}{\log(Q_2) - \log(Q_1)} = -\frac{1}{C \cdot m}$$

mit der logarithmischen Steigung

$$m = \frac{\log(Q_2) - \log(Q_1)}{t_2 - t_1} .$$

Diese soll nun durch lineare Regression bestimmt werden. Abbildung 4 zeigt den logarithmischen Plot der Messwerte für die Entladung ohne zugeschalteten Widerstand R_x . Der geringe Entladestrom fließt hierbei über den - sehr großen - Isolationswiderstand des Plattenkondensators.

Schwer abzuschätzen ist dabei der Fehler der Stromintegrator-Messung. Da es dazu wenig Anhaltspunkte gibt, wird der Fehler pauschal zu jeweils 10% angesetzt. (siehe Auswertungsteil)

Gnuplot liefert für die Steigung $m_{\text{iso}} = (-0.0009 \pm 0.0006) \text{ s}^{-1}$. Mit obiger

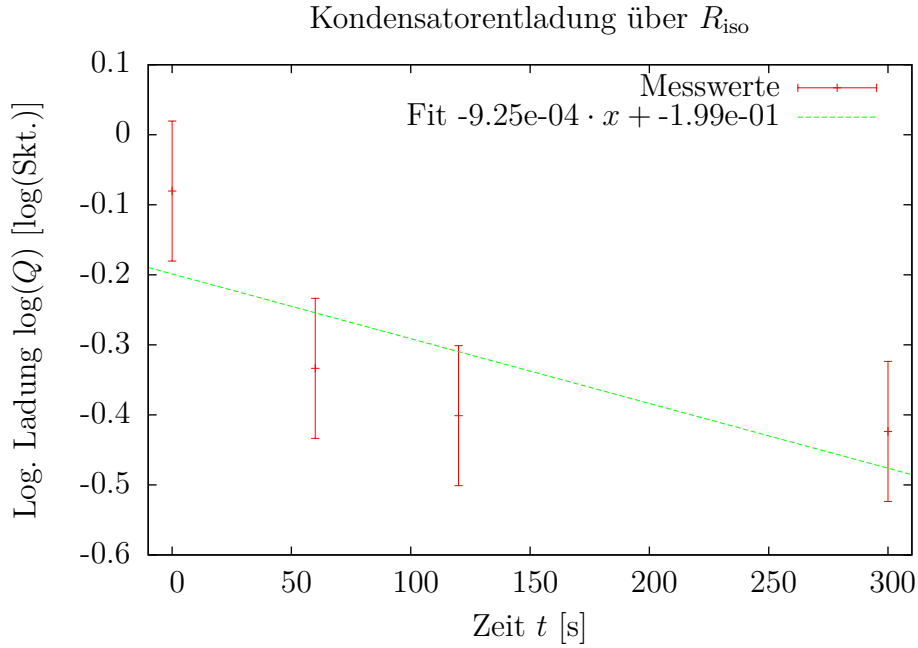


Abbildung 4

Formel und der zugehörigen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{\sigma_C}{C^2 \cdot m_{\text{iso}}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m_{\text{iso}}}}{C \cdot m_{\text{iso}}^2} \right)^2$$

ergibt das $R_{\text{iso}} = (3.0 \pm 2.0) \cdot 10^{11} \Omega$.

Völlig analog dazu erfolgt die Auswertung der Entladung mit zugeschaltetem Widerstand R_x . Dabei ist zu beachten, dass die Entladung nun sowohl über diesen Widerstand als auch über den Isolationswiderstand erfolgt, wie es die Gleichung 2 zeigt. Abbildung 5 zeigt den entsprechenden Plot der gemessenen Ladungen. Gnuplot liefert für die lineare Regression eine Steigung von $m_{\text{ges}} = (-0.05 \pm 0.01) \text{ s}^{-1}$. Mit der Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{\sigma_C}{C^2 \cdot m_{\text{ges}}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m_{\text{ges}}}}{C \cdot m_{\text{ges}}^2} \right)^2$$

folgt dann ein Wert von $R = (5.4 \pm 1.1) \cdot 10^9 \Omega$.

Nach Gleichung 2 erhält man den unbekanntem Widerstand zu

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_{\text{iso}}} = \frac{R_{\text{iso}} - R}{R_{\text{iso}}R} \Leftrightarrow R_x = \frac{R_{\text{iso}}R}{R_{\text{iso}} - R}$$

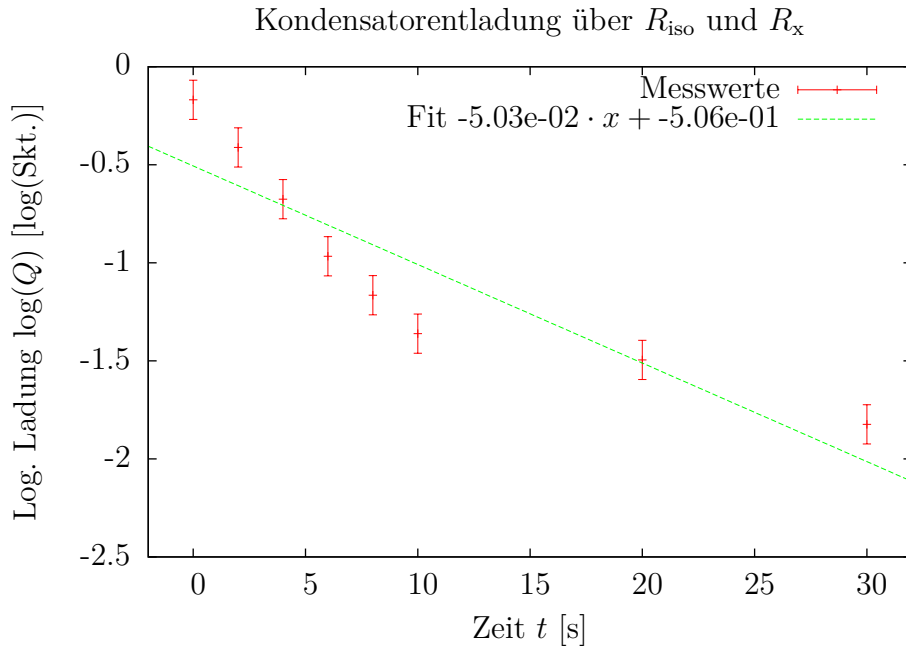


Abbildung 5

mit der Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{R_x}^2 = \left(\frac{R_{\text{iso}}}{R_{\text{iso}} - R} + \frac{R_{\text{iso}}R}{(R_{\text{iso}} - R)^2} \right)^2 \sigma_R^2 + \left(\frac{R}{R_{\text{iso}} - R} - \frac{R_{\text{iso}}R}{(R_{\text{iso}} - R)^2} \right)^2 \sigma_{R_{\text{iso}}}^2 .$$

Das führt zum Endergebnis $R_x = (5.5 \pm 1.1) \cdot 10^9 \Omega$.

4.4 Schwingkreis-Messungen

Im zweiten Teil dieses Versuches wurde eine Rechteckspannung an verschiedene Schwingkreis-Schaltungen angelegt. Die sich ergebenden Spannungsverläufe wurden über ein Oszilloskop ausgedruckt und sind im Anhang zu finden.

In den Messungen 1) - 4) wurde jeweils eine Parallelschaltung aus einem Kondensator und einem Widerstand R betrachtet. Dort ist der exponentielle Abfall zu beobachten, der schon in der Theorie mathematisch hergeleitet wurde.

Bei den Messungen 5) und 6) wurde jeweils ein Kondensator parallel zu einer Spule geschaltet. Es ist eine freie gedämpfte harmonische Schwingung zu erkennen. Die Schwingung erfolgt mit konstanter Frequenz und der Abfall der Schwingung (Einhüllende der Extrema) ist ebenfalls exponentiell. Bei der

Drosselspule ist die Periodendauer größer, aber die Dämpfung kleiner als bei der Luftspule.

4.5 Eigenwiderstand des Oszilloskops

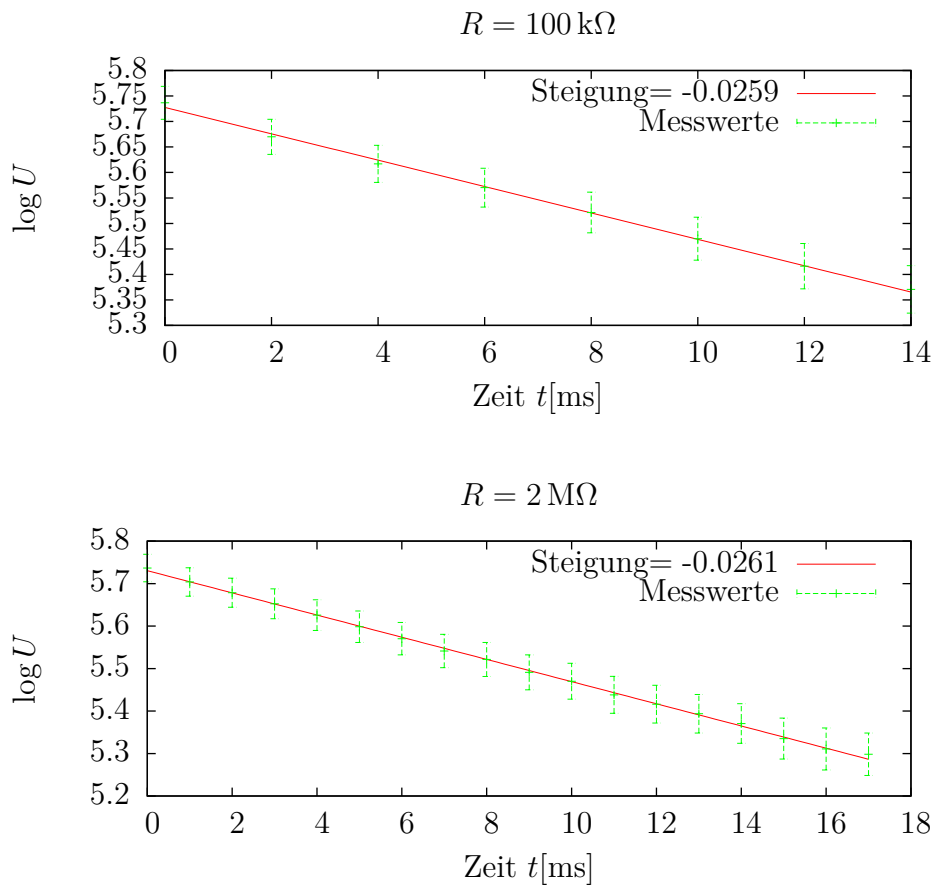


Abbildung 6: Messwerte und Regressionsgerade vom Plattenkondensator

Da für den Spannungsverlauf in diesem Teil der Messung eine exponentieller Zusammenhang erwartet wird, werden die vom Oszilloskop aufgezeichneten Spannungsverläufe logarithmisch gegen die Zeit aufgetragen. Aus der Steigung m der Regressionsgeraden sollte sich dann nach der Relation

$$-m = \frac{1}{R_{\text{ges}}C}$$

das Produkt aus dem Gesamtwiderstand R_{ges} und der Kapazität C berechnen lassen können. Dabei werden zunächst einmal die Kapazität C und der Innenwiderstand des Oszilloskops R_{oszi} als nicht bekannt angenommen. Diese beiden Werte lassen sich jedoch mit einer weiteren Messreihe für einen anderen Widerstandswert berechnen (LGS). Dabei wird davon ausgegangen, dass die Kapazität in beiden Messungen gleich groß ist:

$$\begin{aligned}
 & m_1 \cdot R_1 = m_2 \cdot R_2 \\
 \Leftrightarrow & m_1 \cdot \left(\frac{1}{R_{osci}} + \frac{1}{R_2} \right) = m_2 \cdot \left(\frac{1}{R_{oszi}} + \frac{1}{R_1} \right) \\
 \Leftrightarrow & R_{oszi} = \frac{m_1 - m_2}{\frac{m_2}{R_1} - \frac{m_1}{R_2}}
 \end{aligned}$$

Die logarithmierten Messwerte sowie die Ausgleichsgerade sind in Abb. 6 dargestellt. Es ist zu beachten, dass der angegebene Wert für die Steigung die Einheit ms^{-1} hat.

Es fällt auf, dass die beiden Werte für die jeweilige Steigung im Prinzip gleich groß sind. Insbesondere die beiden Fehlerintervalle überschneiden sich deutlich ($m_1 = 0,0259 \pm 0,0005$, $m_2 = 0,0261 \pm 0,0002$). Dies sollte so nicht sein, denn die weitere Rechnung basiert darauf, dass man an dieser Stelle unterschiedliche Werte erhält. Aus diesem Grund sind diese Ergebnisse für weitere Rechnungen unbrauchbar.

4.6 Unbekannter Widerstand R_x

Dieser Teil der Auswertung kann nicht durchgeführt werden, da die benötigten Werte für R_{oszi} und C aus dem vorherigen Messteil nicht zur Verfügung stehen. Verwendet man stattdessen den Widerstandswert aus der Anleitung des Oszilloskops und den Multimeterwert für die Kapazität, würde man einen negativen Widerstandswert erhalten. Das wäre kein physikalisch sinnvolles Ergebnis.

4.7 Induktivität L und Verlustwiderstand R_L der Spulen

Die Induktivitäten der beiden Spulen lassen sich nach Gl. 7 berechnen. Dazu werden die Kapazität des Plattenkondensators ($C_{Pl} = (3,73 \pm 0,05) \cdot 10^{-9}$ F) sowie das logarithmische Dekrement Λ und die Periodendauer T der Schwingungen benötigt.

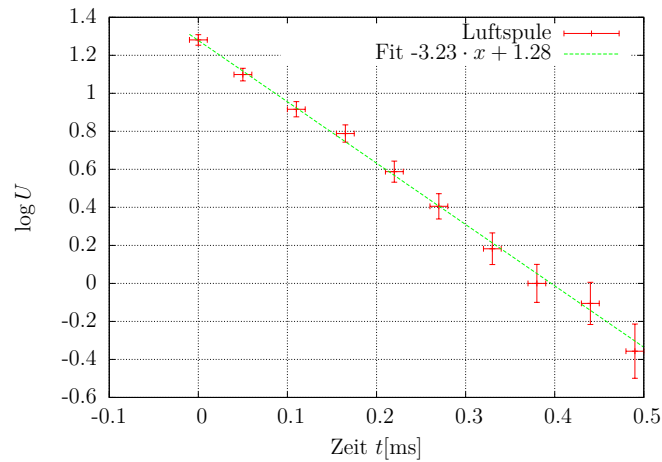


Abbildung 7: Messwerte und Regressionsgerade von der Luftspule

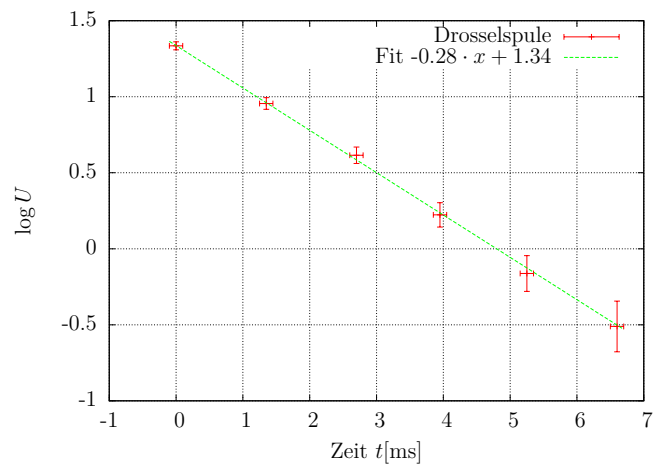


Abbildung 8: Messwerte und Regressionsgerade von der Drosselspule

In den Abb. 7 und 8 sind die logarithmierten Spannungswerte der Schwingungen gegen die Zeit aufgetragen. Die entsprechenden Werte wurden aus dem Ausdruck des Oszilloskops abgelesen. Dabei wurde jeweils der kleinste Skalenteil als Ablesefehler angenommen. Für die Fehlerfortpflanzung des y-Fehlers gilt:

$$\sigma_y = \frac{1}{U} \cdot \sigma_U \quad (10)$$

Das logarithmische Dekrement Λ lässt sich nun mit Hilfe der Steigung m der Regressionsgeraden und der Formel $\Lambda = m \cdot T$ berechnen. Damit ergeben

sich folgende Werte:

Spulentyp	$m[\text{ms}^{-1}]$	$T[\text{ms}]$	Λ
Luftspule	$-3,23 \pm 0,07$	$0,055 \pm 0,001$	$-0,18 \pm 0,03$
Drosselspule	$-0,279 \pm 0,005$	$1,32 \pm 0,01$	$-0,368 \pm 0,008$

Tabelle 2: Messgrößen der beiden Spulen

Die zu Gl. 7 gehörende Fehlerfortpflanzung zur Bestimmung des Fehlers der Induktivität L lautet:

$$(\sigma_L)^2 = \left(\frac{1}{C} \frac{2T}{4\pi^2 + \Lambda^2} \cdot \sigma_t \right)^2 + \left(\frac{1}{C^2} \frac{T^2}{4\pi^2 + \Lambda^2} \cdot \sigma_C \right)^2 + \left(\frac{1}{C} \frac{2T^2\Lambda}{(4\pi^2 + \Lambda^2)^2} \cdot \sigma_\Lambda \right)^2$$

Damit ergeben sich folgende Werte für die Induktivitäten:

$$L_{luft} = 0,0205 \pm 0,0008 \text{ H}$$

$$L_{drossel} = 11,8 \pm 0,3 \text{ H}$$

Mit diesen Werten lassen sich nach Gl. 6 die Verlustwiderstände R der Spulen berechnen:

$$R = \frac{2\Lambda L}{T}$$

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{2\Lambda}{T} \cdot \sigma_L \right)^2 + \left(\frac{2L}{T} \cdot \sigma_\Lambda \right)^2 + \left(\frac{2\Lambda L}{T^2} \cdot \sigma_T \right)^2$$

So erhält man folgende Werte für die Verlustwiderstände:

$$R_{luft} = (130 \pm 30) \Omega$$

$$R_{drossel} = (6600 \pm 300) \Omega$$

Theoretischer Wert für die Induktivität der Luftspule

Die Induktivität der Luftspule lässt sich nach Gl. 8 auch aus den Abmessungen berechnen. Mit $n = 2800$, $d = 50,8 \text{ mm}$ und $l = 1 \text{ m}$ ergibt sich für die Induktivität:

$$L = 0,01997 \text{ H}$$

Dieser Wert weicht nur um etwa 3% von dem von uns gemessenen Wert ab und liegt in deren Fehlerintervall.

4.8 Kommerzieller Kondensator

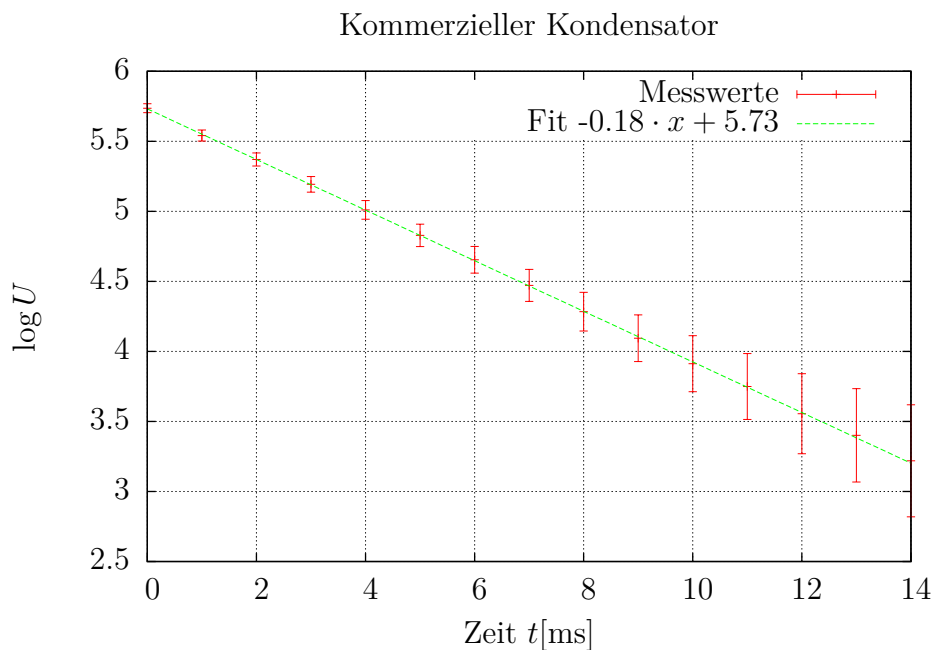


Abbildung 9: Messwerte und Regressionsgerade vom kommerziellen Kondensator

Die Kapazität des kommerziellen Kondensators lässt sich analog zu vorherigen Auswertungsteilen nach der Formel

$$C_{\text{komm}} = -\frac{1}{m \cdot R_g}$$

berechnen. Dazu wird also der Wert für die Steigung der Regressionsgeraden benötigt. Dieser ist $m = -(0,1807 \pm 0,0007)$ ms. Da der Widerstand des Oszilloskops in den vorhergehenden Auswertungsteilen nicht berechnet werden konnte, wird hier wieder der Wert aus der Praktikumsanleitung ($R = 1\text{M}\Omega$) verwendet. Somit ergibt sich für R_g

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{1\text{M}\Omega} + \frac{1}{2\text{M}\Omega}$$

und damit für C:

$$C = \frac{1}{180,7\text{ s} \cdot 666666\ \Omega} \approx 9,3 \cdot 10^{-9}\text{ F}$$

Jedoch weiß man nicht, wie gut unser angenommenes R_g dem tatsächlichen Wert für R_g entspricht. Deswegen macht eine Fehlerabschätzung hier keinen Sinn.

4.9 Multimeter-Messungen

Messgröße	Multimetermessung	Schwingkreismessung
R_{drossel}	0,812 k Ω	6000 \pm 300 Ω
R_{luft}	103,1 Ω	130 \pm 30 Ω
$R_{2\text{M}\Omega}$	2,171 M Ω	
R_{iso}	> 40 M Ω	310 ¹¹ Ω
R_x	> 40 M Ω	5,510 ⁹ Ω
$C_{\text{Plattenkondensator}}$	3,95 nF	(3,73 \pm 0,05) nF
$C_{\text{kommerz. Kondensator}}$	3,534 nF	9,31 nF

Tabelle 3: Übersicht über vom Multimeter gemessene Größen

Vergleicht man die Widerstandswerte für die Spulen mit den Ergebnissen in 4.7, so fällt auf, dass dieser für die Luftspule in etwa übereinstimmt, während der Wert für die Drosselspule mit dem Multimeter deutlich kleiner gemessen wurde. Das liegt daran, dass die Drosselspule eine viel höhere Induktivität als die Luftspule hat. Diese bewirkt bei Wechselstrommessungen einen erheblichen induktiven Widerstand, welcher jedoch bei der Gleichstrommessung mit dem Multimeter nicht gemessen wurde. Der Widerstandswert für die Luftspule weicht bei der Wechselstrommessung auch etwas nach oben ab (auch hier gibt es dann einen zusätzlichen induktiven Widerstand), aber nicht so stark wie bei der Drosselspule. Insofern entsprechen diese Ergebnisse den Erwartungen. Die Werte für die Kapazitäten sind ebenfalls recht

zufriedenstellend, weil sie in der gleichen Größenordnung liegen. Dabei ist zu beachten, dass der Wert für den kommerziellen Widerstand nur mit Hilfe von Ersatzwerten berechnet werden konnte.

5 Diskussion

5.1 Messungen mit dem Stromintegrator

Der Wert von ε_0 wird mit dem Stromintegrator erfreulich genau bestimmt. Der Literaturwert liegt im Fehlerintervall des gemessenen Wertes und weicht von diesem nur um etwa 4% ab.

Die Bestimmung des Isolationswiderstandes des Plattenkondensators erfolgt nur mit verhältnismäßig großem Fehler von 67 %. Das liegt an der eher geringen Zahl von Messwerten und der hohen Störanfälligkeit der Versuchsanordnung gegenüber äußeren Einflüssen. Schon ungünstiges Überkreuzen von Kabeln kann zu Induktionseffekten führen, die die Messung des Stromintegrators verfälschen. Insbesondere ist der Aufbau empfindlich, da der Plattenkondensator nur über eine sehr kleine Kapazität verfügt und sich über den Eigenwiderstand sehr langsam entlädt.

Ein besseres Ergebnis hätte man einfach nur mehr Messwerte erzielen können.

Mehr Messwerte standen bei der Messung mit zugeschaltetem R_x zur Verfügung, weshalb dieses Ergebnis auch einen deutlich kleineren Fehler aufweist (20 % beim Gesamtwiderstand), der sich auch auf die Bestimmung des Widerstandes R_x überträgt (ebenfalls 20%).

5.2 Messungen mit dem Oszilloskop

Dieser Teil der Messung lieferte zum Teil falsche/unbrauchbare Ergebnisse. So konnte z.B. nicht der Innenwiderstand des Oszilloskops und die Kapazität des Plattenkondensators berechnet werden. Dies kann zwei Gründe haben. Entweder waren beide Widerstände so groß, dass im Prinzip kein Strom durch sie floß (der Kondensator wurde nur über den Innenwiderstand des Multimeters entladen). In diesem Fall wäre die tatsächliche Differenz in einer viel kleineren Größenordnung als die Meß- und Ablesefehler. Dies ist jedoch eher unwahrscheinlich, da laut der Anleitung des Multimeters der Eigenwiderstand $R = 1 \text{ M}\Omega$ und somit deutlich größer als $100 \text{ k}\Omega$ sein sollte. Die andere mögliche Erklärung ist, dass etwas bei der Messung/Aufzeichnung der $100 \text{ k}\Omega$ -Messung schief gelaufen ist und womöglich mit einem größeren Widerstand gemessen wurde.

Auch bei den weiteren Oszilloskop-Messungen kamen z.T. absolut unbrauchbare Werte heraus, wie z.B. ein negativer Widerstand. Vermutlich ist diese Art der Messung einfach zu stark fehlerbehaftet. Der Strom durch einen zusätzlichen (großen) Widerstand ist nur sehr klein, sodass eine Messung sehr präzise sein muss. Das Oszilloskop verfälscht durch den inneren Aufbau (Eigenwiderstand, Eigenkapazität) die Messung wohl zu stark.

Außerdem wurde die Auswertung dadurch erschwert, dass bei den meisten Bildern des Oszilloskop keine Referenzmarkierung für einen Spannungswert angegeben war. Jedoch konnte aus einem der Ausdrücke der Maximalwert der Rechteckspannung abgelesen werden, sodass diese Linie auch für die anderen Kurven als Referenzpunkt verwendet werden konnte.

Die Ergebnisse aus der Messung mit den vollständigen Schwingkreisen (inklusive Spulen) sind jedoch zufriedenstellend und stimmen gut mit den Multimetermessungen/der theoretischen Berechnung überein.

Literatur

Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1*. Springer Spektrum, 6 edition, 2013a.

Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2*. Springer Spektrum, 6 edition, 2013b.

Messwerte

Durchführung 1

zeit t	ms	Anzeige OP	korrigiert OP	Quotient	Offset Ladungsmessgerät
8		-0,906	-0,906	-0,11325	
8		-0,916	-0,907	-0,113375	-0,009
7		-0,799	-0,792	-0,1131428571	-0,007
6		-0,691	-0,683	-0,1138333333	-0,008
5		-0,579	-0,571	-0,1142	-0,008
4		-0,457	-0,449	-0,11225	-0,008
3		-0,352	-0,344	-0,1146666667	-0,008
2		-0,237	-0,23	-0,115	-0,007

Tabelle 4: Eichgenerator

Durchführung 2

Skalenwert
0,728
0,769
0,792
0,751
0,756
0,732
0,746
0,766
0,758
0,742

Tabelle 5: a: $U = 220V$

T s	Skalenwert			Mittelwert
0	0,626	0,718	0,69	0,678
2	0,4	0,37	0,392	0,3873333333
4	0,222	0,2	0,211	
6	0,105	0,111	0,108	
8	0,085	0,06	0,06	0,0683333333
10	0,042	0,045	0,0435	
20	0,032	0,032		
30	0,012	0,018	0,015	

Tabelle 6: b

T s	Skalenwert	
0	0,831	0,16
60	0,464	
120	0,397	
300	0,377	

Tabelle 7: c

Durchführung 3

R_{drossel}	0,812 k Ω
R_{luft}	103,1 Ω
R_{drossel}	2,171 M Ω
R_{iso}	> 40 M Ω
R_{x}	> 40 M Ω
$C_{\text{Plattenkondensator}}$	3,95 nF
$C_{\text{kommerz. Kondensator}}$	3,534 nF

Tabelle 8: Charakteristische Größen der verwendeten Objekte