



GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN

PHYSIKALISCHES
GRUNDPRAKTIKUM

VERSUCH 12

DIE SPEZIFISCHE ELEKTRONENLADUNG e/m_e

Praktikant:

Tobias Wegener

Alexander Osterkorn

E-Mail:

tobias.wegener@stud.uni-goettingen.de

a.osterkorn@stud.uni-goettingen.de

Tutor:

Ralph Schäfer

Gruppe:

1

Durchgeführt am:

6.9.2013

Protokoll abgegeben:

10.9.2013

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Grundlagen	2
2.2	Magnetfeld und Lorentz-Kraft	2
2.3	Die Elektronenkanone	3
3	Durchführung	4
4	Auswertung	5
4.1	Messung 1: Konstante Spannung	6
4.2	Messung 2: Konstanter Spulenstrom	7
4.3	Berechnung der Flussdichte	8
5	Diskussion	10

1 Einleitung

In diesem Versuch soll das Verhältnis zweier wichtiger Naturkonstanten bestimmt werden, der *Elementarladung* e und der *Elektronenmasse* m_e .

2 Theorie

2.1 Grundlagen

Das *Coulombsche Gesetz* [dem2] gibt die Stärke der elektrischen Kraft \vec{F}_{el} an, die eine Ladung Q an der Stelle \vec{r}_Q auf eine Probeladung q am Ort r wirkt. Die *elektrische Feldstärke* \vec{E} ist entsprechend definiert [dem2].

$$\vec{F}_{\text{el}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}_Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \quad \text{und} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{el}}}{q} \quad (1)$$

Im elektrostatischen Fall lässt sich ein skalares *elektrisches Potential* Φ definieren, so dass gilt [dem2]:

$$\vec{E} = -\nabla\Phi \quad (2)$$

Eine Potentialdifferenz bezeichnet man als *elektrische Spannung* $U = \Phi_1 - \Phi_2$ [dem2]. Durch das Verschieben einer Probeladung q von Punkt 1 nach 2 im elektrischen Feld \vec{E} wird eine Arbeit W verrichtet, die sich wie folgt berechnet [dem2]:

$$W = \int_1^2 \vec{F}_{\text{el}} \, d\vec{s} = q \int_1^2 \vec{E} \, d\vec{s} = q(\Phi_1 - \Phi_2) = qU \quad (3)$$

2.2 Magnetfeld und Lorentz-Kraft

Die *magnetische Flussdichte* \vec{B} wird durch bewegte Ladungen (i.e. ein Strom) hervorgerufen. In diesem Versuch wird ein s.g. *Helmholtz-Spulenpaar* mit n Windungen und Radius R verwendet. Das bedeutet, dass auch die beiden kreisförmigen Spulen im Abstand R voneinander aufgestellt sind. Das Spulenpaar wird von einem Strom I durchflossen. Laut Versuchsbeschreibung darf angenommen werden, dass das dadurch erzeugte Magnetfeld homogen und von der Stärke

$$B_0 = \mu_0\mu_r \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{nI}{R} \quad (4)$$

ist. Dabei ist $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V s A}^{-1} \text{ m}^{-1}$ eine Naturkonstante und μ_r die s.g. relative Permeabilität des Materials, das sich zwischen den Spulen befindet.

Auf ein Teilchen mit der Ladung q , das sich in einem Magnetfeld der Stärke \vec{B} mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, wirkt die *Lorentz-Kraft* [dem2]

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (5)$$

Wenn nun ein Elektron (wie in der Fadenstrahlröhre) senkrecht in das Magnetfeld eintritt, ändert sich (wegen des Kreuzproduktes) nur die Richtung der Lorentz-Kraft, nicht aber deren Betrag. Das Elektron bewegt sich nun also auf einer Kreisbahn mit Radius r , die durch die Lorentz-Kraft als Radialkraft hervorgerufen wird. So berechnet man mit bekanntem Magnetfeld, bekannter Geschwindigkeit und bekanntem Kreisradius die spezifische Elektronenladung.

$$F_L = F_{\text{radial}} \Leftrightarrow evB = m \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{v}{Br} \quad (6)$$

2.3 Die Elektronenkanone

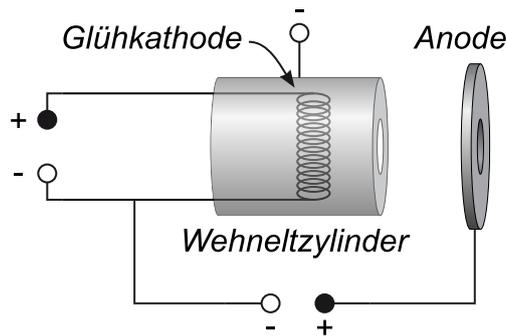


Abbildung 1: Aufbauskinne der Elektronenkanone [lp]

Die Abb. 1 zeigt die verschiedenen Teile einer Elektronenkanone.

Am Glühdraht liegt eine Heizspannung an, die durch Erwärmung des Drahtes dafür sorgt, dass Elektronen aus dem Leiter austreten. Diese werden durch die Beschleunigungsspannung U_B in Richtung der Anode beschleunigt. Die Bahnen der Elektronen liegen im *Wehneltzylinder*, der selbst negativ geladen ist.

Der Zylinder erfüllt einmal den Zweck einer Intensitätsregelung, da die Elektronen zunächst das negative Potential überwinden müssen, bevor sie den Zylinder verlassen können. Andererseits führt die gleichmäßige Abstoßung der Elektronen von den Zylinderwänden auch zu einer stärkeren Fokussierung des austretenden Elektronenstrahls auf der Mittelachse.

Die Geschwindigkeit v der Elektronen, die die Anode passieren, ermittelt man

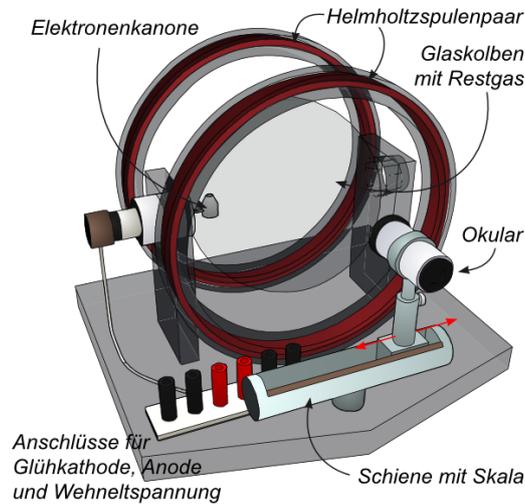


Abbildung 2: Skizze vom Aufbau [lp]

schließlich durch eine einfache Gleichsetzung von kinetischer Energie E_{kin} des Elektrons mit der Feldenergie aus der Beschleunigungsspannung:

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{el}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_e v^2 = eU_B \Rightarrow v = \sqrt{2U_B \frac{e}{m_e}} \quad (7)$$

3 Durchführung

Die Abb. 2 zeigt das Prinzip des Versuchs. Elektronen werden aus einer Elektronenkanone in einen Gaskolben geschossen, der mit einem Gas (z.B. Wasserstoff) gefüllt ist.

Durch Zusammenstöße der Elektronen mit den Gasmolekülen gibt es Leuchtsignale, die die Bahn der Elektronen sichtbar machen.

Ein Helmholtzspulenpaar um den Glaskolben erzeugt ein Magnetfeld, das die Elektronen auf eine kreisförmige Bahn ablenkt.

Der Radius der Elektronenbahn kann mit einem Okular auf einer Schiene mit Messskala abgelesen werden.

Variiert werden können die Beschleunigungsspannung an der Elektronenkanone und der Strom durch die Helmholtzspulen.

Zur Messung wird zweimal die Spannung festgehalten (120V, 140V) und der Strom im Bereich von 0 bis 1 A in 0,05er-Schritten variiert. Für möglichst viele verschiedene Kombinationen wird der Radius der Elektronenbahn vermessen. Dasselbe dann noch für konstanten Spulenstrom und variabler Beschleunigungsspannung.

4 Auswertung

Zur Berechnung der spezifischen Elektronenladung werden die Gleichungen 4, 6 und 7 verwendet. Dabei ist $R = 12.2 \text{ cm}$ der Helmholtz-Radius der Spule, r der Radius der Elektronenbahn, U_B die Beschleunigungsspannung, $n = 200$ die Anzahl der Spulenwindungen I der Spulenstrom und $\mu_r \approx 1$.

Durch Kombination erhält man einen Ausdruck für die spezifische Elektronenladung

$$\frac{e}{m_e} = \frac{v}{Br} = \frac{\sqrt{125} R \sqrt{2U_B \frac{e}{m_e}}}{8 \mu_0 \mu_r n I r} \Leftrightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{125}{32} \frac{U_B R^2}{(\mu_0 \mu_r r n I)^2} \quad (8)$$

mit der Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{e/m_e}^2 = \left(\frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 \mu_r^2 n^2} \right)^2 \left[\left(\frac{1}{r^2 I^2} \right)^2 \sigma_{U_B}^2 + \left(\frac{2U_B}{r^3 I^2} \right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{2U_B}{r^2 I^3} \right)^2 \sigma_I^2 \right].$$

Zunächst sollen aber die einzelnen Bahnradien bestimmt werden. Dazu wird der linke und rechte Rand des Kreisdurchmessers auf einer Millimeterskala bestimmt und durch Differenzbildung dann der Kreisdurchmesser. Der linke Rand wurde sehr genau vermessen, es ergibt sich ein Skalenwert von $x_l = (19 \pm 1) \text{ mm}$. Dieser linke Rand ist für alle Kreisbahnen gleich. Der rechte Rand kann nur mit größerer Ungenauigkeit bestimmt werden durch das „Ausfransen“ der Elektronenbahn, der entsprechende Messfehler wird durch 3 mm abgeschätzt.

Für einen gemessenen rechten Rand x_r gilt dann

$$r = \frac{x_r - x_l}{2}$$

mit der Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{4} (\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{x_l}^2).$$

Der Messfehler bei der Spannungsmessung wird nach der „Multimeter-Formel“ in der Praktikumsanleitung zu $\sigma_{U_B} = 0.25\% \cdot 1000 \text{ V} + 0.1 \text{ V} = 2.6 \text{ V}$ abgeschätzt, was schon dem Maximalfehler entspricht.

Analog ist der Fehler bei der Strommessung $\sigma_I = 1\% \cdot 2 \text{ A} + 0.001 \text{ A} = 0.021 \text{ A}$. Um einen Literaturwert für die spezifische Elektronenladung zu erhalten, werden einfach die Literaturwerte für die Elementarladung $e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und die Elektronenmasse $m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ durcheinander geteilt [**dem2**]. Das ergibt $e/m_e = 1.7588 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$.

4.1 Messung 1: Konstante Spannung

Bei fest eingestellter Beschleunigungsspannung U_B wird der Spulenstrom I variiert und der rechte Rand gemessen. Damit sind alle Werte bekannt, um mit Glg. 8 die spezifische Elektronenladung zu berechnen.

Die Ergebnisse dieser Rechnungen findet man in den Tabellen 1 und 2. Es ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von $(2.02 \pm 0.08) \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$ bei 120 V und ein gewichteter Mittelwert von $(1.99 \pm 0.08) \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$ bei 140 V.

I [A]	x_r [mm]	r [m]	σ_r [m]	e/m_e [$10^{11} \text{ C kg}^{-1}$]	σ_{e/m_e} [$10^{11} \text{ C kg}^{-1}$]
0.4	135	0.058	0.002	2.05	0.25
0.45	124	0.053	0.002	1.98	0.23
0.5	112	0.047	0.002	2.04	0.23
0.55	104	0.043	0.002	2.02	0.22
0.6	96	0.039	0.002	2.07	0.23
0.65	90	0.036	0.002	2.10	0.24
0.7	86	0.036	0.002	2.00	0.23
0.75	82	0.032	0.002	1.98	0.24
0.8	78	0.030	0.002	1.98	0.25

Tabelle 1: Konstante Spannung 120 V

I [A]	x_r [mm]	r [m]	σ_r [m]	e/m_e [10^{11} C kg $^{-1}$]	σ_{e/m_e} [10^{11} C kg $^{-1}$]
0.4	143	0.062	0.002	2.10	0.25
0.45	132	0.057	0.002	2.00	0.22
0.5	122	0.052	0.002	1.94	0.21
0.55	112	0.047	0.002	1.97	0.21
0.6	104	0.043	0.002	1.98	0.21
0.65	97	0.039	0.002	2.01	0.22
0.7	93	0.037	0.002	1.92	0.21
0.75	87	0.034	0.002	1.98	0.22
0.8	83	0.032	0.002	1.97	0.23

Tabelle 2: Konstante Spannung 140 V

4.2 Messung 2: Konstanter Spulenstrom

In der zweiten Messreihe wurde der Spulenstrom konstant gehalten und die Spannung variiert. Die Auswertung erfolgt analog zur ersten Messung, die Ergebnisse sind in den Tabellen 3 und 4 zusammengestellt.

Als gewichtetes Mittel erhält man $e/m_e = (1.81 \pm 0.06) \cdot 10^{11}$ C kg $^{-1}$ bei einem Spulenstrom von 0.55 A.

Analog ist das gewichtete Mittel bei 0.6 A $e/m_e = (1.79 \pm 0.06) \cdot 10^{11}$ C kg $^{-1}$.

U_B [V]	x_r [mm]	r [m]	σ_r [m]	e/m_e [10^{11} C kg $^{-1}$]	σ_{e/m_e} [10^{11} C kg $^{-1}$]
230	143	0.062	0.002	1.82	0.17
220	141	0.061	0.002	1.80	0.17
210	138	0.060	0.002	1.80	0.17
200	135	0.058	0.002	1.81	0.18
190	132	0.057	0.002	1.81	0.18
180	129	0.055	0.002	1.81	0.18
170	126	0.054	0.002	1.81	0.18
160	123	0.052	0.002	1.80	0.18
150	120	0.051	0.002	1.79	0.18
140	115	0.048	0.002	1.85	0.19

Tabelle 3: Konstanter Strom 0.55 A

4.3 Berechnung der Flussdichte

Nimmt man den Wert $e/m_e = 1.7588 \cdot 10^{11}$ C kg $^{-1}$ als gegeben an, so kann man aus dem Wertepaar $U_B = 140$ V und $r = 0.045$ m die Flussdichte B der Spulen berechnen und mit dem theoretisch zu erwartenden Wert bei $I = 0.6$ A vergleichen.

Das Wertepaar entspricht einem geringen Radius der Elektronenbahn, wo die geringste Abweichung zu erwarten ist.

Mit Glg. 7 berechnet man die Bahngeschwindigkeit zu $v = 7.02 \cdot 10^6$ m s $^{-1}$.

Aus Glg. 6 folgt $B = \frac{m_e v}{e r} = 0.8870$ mT.

Mit der Formel 4 für die Helmholtz-Spule erhält man den Wert $B = 0.8844$ mT.

Das ist eine Abweichung von 0.3 %.

U_B [V]	x_r [mm]	r [m]	σ_r [m]	e/m_e [10^{11} C kg $^{-1}$]	σ_{e/m_e} [10^{11} C kg $^{-1}$]
240	137	0.059	0.002	1.76	0.16
230	134	0.058	0.002	1.78	0.16
220	131	0.056	0.002	1.79	0.17
210	128	0.055	0.002	1.81	0.17
200	126	0.054	0.002	1.79	0.17
190	124	0.053	0.002	1.76	0.17
180	121	0.051	0.002	1.77	0.17
170	118	0.050	0.002	1.77	0.17
160	115	0.048	0.002	1.78	0.18
150	110	0.046	0.002	1.85	0.19
140	108	0.045	0.002	1.81	0.19

Tabelle 4: Konstanter Strom 0.6 A

5 Diskussion

Die Abb. 3 zeigt den Literaturwert und die entsprechenden berechneten Werte der vier Messungen. Dabei ist zunächst festzustellen, dass die beiden letzten Messungen durchgängig näher am Literaturwert liegen als die ersten beiden Durchgänge.

Dies ist vermutlich auf die Messung der Durchmesser der Bahnkurve zurückzuführen. Die Ablesevorrichtung war zwar sehr präzise, aber der Elektronenstrahl war einige Millimeter breit. Somit stellte sich die Frage, an welcher Stelle der Bahndurchmesser idealerweise abgelesen werden soll. Nimmt man an, dass die Streuung der Elektronen nach innen und außen jeweils gleich groß ist, so ist der Wert in der Mitte des Elektronenstrahls wohl am Besten. Andererseits hatten die Praktikanten den Eindruck, dass die Strahlgrenze an der Innenkante schärfer war als an der Außenkante. Dies könnte darauf hinweisen, dass die Streuung nach außen größer war und die "wahre" Bahnkurve in der Nähe des inneren Randes verlief.

Aus diesem Grund wurde beim ersten Durchgang der innere Rand als Referenzwert verwendet. Während des zweiten Durchgangs wurde dann der rechte Rand aber zum Vergleich näher bei der Mitte gemessen. Die Radien wurden also tendenziell größer gemessen, was zur Folge hat, dass die daraus errechnete spezifische Elektronenladung etwas kleiner sein sollte. Dieser Umstand ist dann auch an den berechneten Werten zu erkennen.

In Tabelle 5 sind die Endergebnisse zusammengestellt. Der Literaturwert liegt in den $1\text{-}\sigma$ -Umgebungen der zweiten Messung. Diese Messungen können also als erfolgreich betrachtet werden.

Bei den Messungen mit konstanter Spannung liegt der Literaturwert nicht einmal im dreifachen Vertrauensintervall. Hier muss ein systematischer Fehler vorliegen.

Auffällig ist weiterhin, dass es in Abb. 3 keinen klar erkennbaren Trend zu höherer Genauigkeit bei kleineren Bahnradien gibt, was eigentlich zu erwarten wäre. Denn in die Berechnungsformel geht eine Näherung für das Magnetfeld im Spulenmittelpunkt ein, die mit zunehmendem Abstand ungenauer werden sollte.

Warum dies nicht erkennbar ist, können die Praktikanten nicht erklären.

Messung	e/m_e [10^{11} C kg $^{-1}$]
1a	2.02 ± 0.08
1b	1.99 ± 0.08
2a	1.81 ± 0.06
2b	1.79 ± 0.06
Literatur	1.7588

Tabelle 5: Vergleich der Endergebnisse

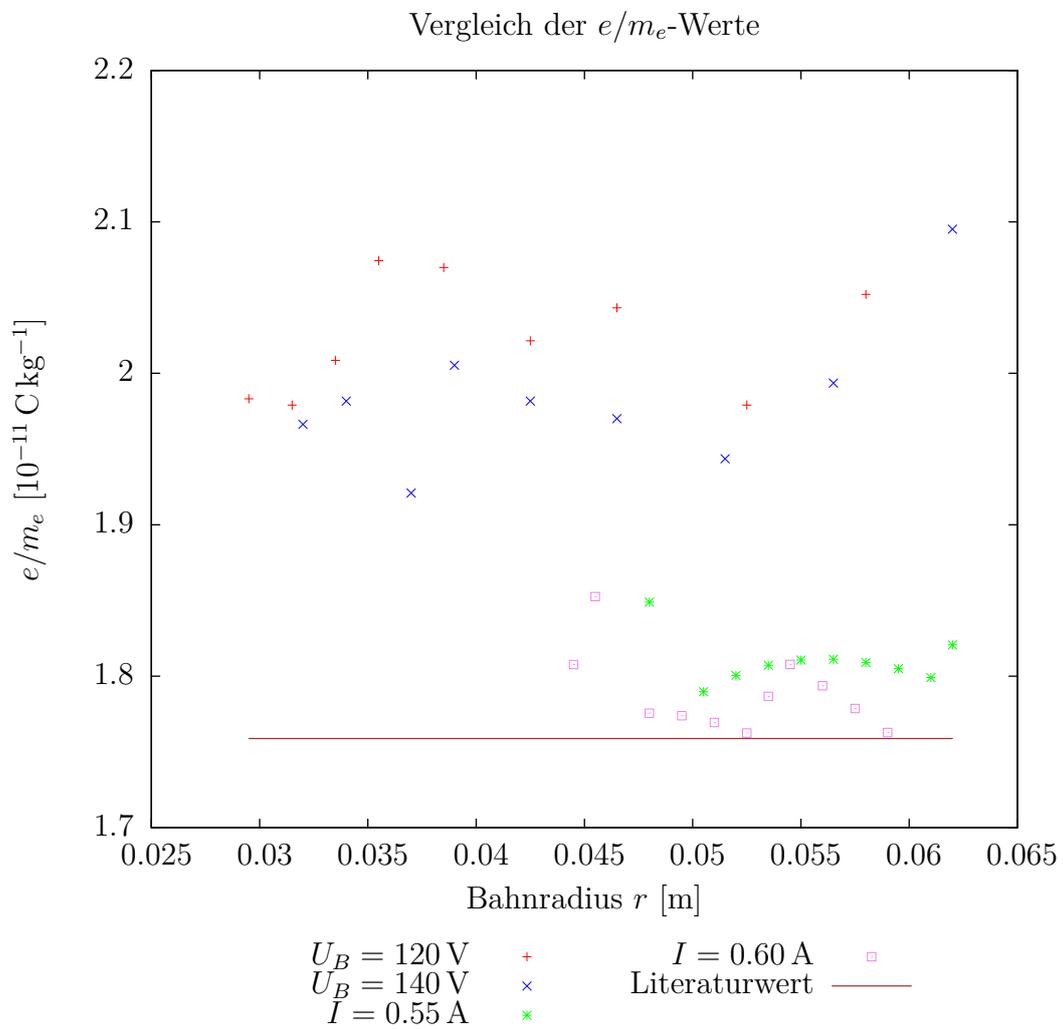


Abbildung 3

Messwerte

	120 V	140 V
I [ampere]	x_{rechts} [mm]	x_{rechts} [mm]
0,4	135	143
0,45	124	132
0,5	112	122
0,55	104	112
0,6	96	104
0,65	90	97
0,7	86	93
0,75	82	87
0,8	78	83

Tabelle 6: U_{const}

	0.55 A	0.6 A
I [ampere]	x_{rechts} [mm]	x_{rechts} [mm]
230	143	240
220	141	230
210	138	220
200	135	210
190	132	200
180	129	190
170	126	180
160	123	170
150	120	160
140	115	150

Tabelle 7: I_{const}

min. Beschl.	109,5
Max. Beschl.	241,9
linker Rand [mm]	19
Gesch. Fehler U_B	2,6
Gesch. Fehler I	0,021
Gesch. Fehler d	3
Gesch. Fehler l. Rand	1
Helmholtz-Radius	0,122
Windungen	200
μ_0	1,25663706143592E-006

Tabelle 8: Versuchsaufbau