



GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN

PHYSIKALISCHES
GRUNDPRAKTIKUM

VERSUCH 23

RÖNTGENSTRAHLUNG

Praktikant:

Tobias Wegener

Christian Gass

Alexander Osterkorn

E-Mail:

tobias.wegener@stud.uni-goettingen.de

christian.gass@stud.uni-goettingen.de

a.osterkorn@stud.uni-goettingen.de

Tutor:

Danny Schwarzbach

Gruppe:

6

Durchgeführt am:

26.02.2014

Protokoll abgegeben:

28.02.2014

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Beugung am Kristallgitter	2
2.2	Erzeugung von Röntgenstrahlung	2
2.3	Röntgenemissionsspektrum	3
2.4	Röntgenabsorption	4
3	Durchführung	5
4	Auswertung	7
4.1	Korrektur der Totzeit	7
4.2	Linienmaxima und entsprechende Wellenlängen des charakteristischen Spektrums	7
4.3	Abhängigkeiten von der Anodenspannung U_A	9
4.3.1	Grenzwellenlängen λ_{\min}	9
4.3.2	Charakteristische Linien	11
4.4	Absorptionskanten	12
4.5	Absorptionskoeffizienten von Aluminium, Zink, Zinn und Nickel	13
5	Diskussion	16
5.1	Linienmaxima des charakteristischen Spektrums	16
5.2	Abhängigkeiten von der Anodenspannung U_A	16
5.2.1	Grenzwellenlängen	16
5.2.2	Charakteristische Linien	16
5.3	Analyse der Absorptionskanten	17
5.4	Absorptionskoeffizienten von Aluminium, Zink, Zinn und Nickel	17
	Literatur	18

1 Einleitung

Bei Röntgenstrahlung handelt es sich um kurzwellige elektromagnetische Strahlung, welche Materie durchdringen bzw. zur Fluoreszenz anregen kann. Diese Eigenschaften werden zum Beispiel für bildgebende Verfahren in der diagnostischen Medizin oder zur Strukturaufklärung genutzt.

2 Theorie

Es ist erst spät gelungen, die Wellennatur von Röntgenstrahlung nachzuweisen, da die Wellenlängen zu klein sind, um mit den verfügbaren optischen Gittern Interferenzmuster zu erzeugen. Max von Laue erkannte schließlich, dass die Natur ja bereits sehr feine Gitter in Form von Kristallen zur Verfügung stellt.

2.1 Beugung am Kristallgitter

Es wird angenommen, dass die Atome gleichmäßig auf Gitternetzebenen angeordnet sind, wobei der Abstand zweier solcher Ebenen mit d bezeichnet wird. Einfallende Röntgenstrahlung wird an den Atomen gestreut.

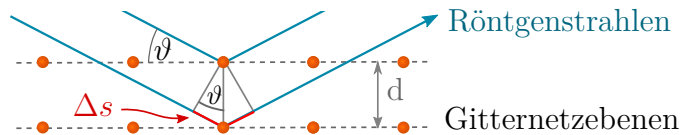


Abbildung 1: Braggmodell zur Röntgenbeugung am Einkristall

Zwei nahezu parallele Strahlen interferieren konstruktiv, wenn die Wegdifferenz $\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sin \vartheta$ ein Vielfaches der Wellenlänge λ ist (vgl. Abb. 1):

$$2 \cdot d \cdot \sin \vartheta = k \cdot \lambda \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

Dies wird als **Bragg-Bedingung** bezeichnet. [Lautenschlager, 2011, S. 49]

2.2 Erzeugung von Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung kann mittels einer **Röntgenröhre** erzeugt werden. Diese besteht aus einer evakuierten Glasröhre, in der an einer Kathode Elektronen durch Glühemission freigesetzt und mithilfe einer Hochspannung U_B (hier 25 kV) in Richtung der Anode beschleunigt werden. Sie bewirken dort Elektronenübergänge zwischen verschiedenen Energieniveaus, wodurch Strahlung

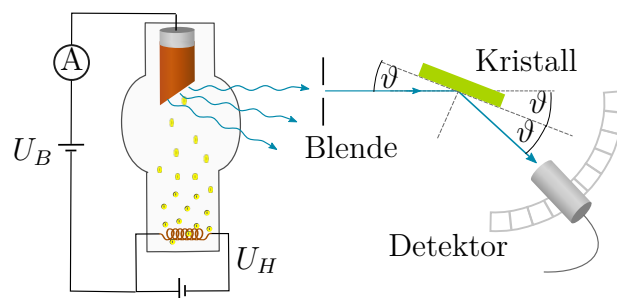


Abbildung 2: Röntgenröhre mit Emissionsspektrometer

diskreter Wellenlängen abgestrahlt wird. Außerdem werden die Glühelektronen in der Anode stark abgebremst, wodurch eine **Bremsstrahlung** emittiert wird, dessen Energie dem Verlust an kinetischer Energie entspricht [Lautenschlager, 2011, S. 48]. Man kann die emittierte Strahlung dann mit dem im vorherigen Abschnitt beschriebenen Verfahren analysieren und in einem Röntgenemissionsspektrum die Wellenlängenabhängigkeit der Intensität darstellen.

2.3 Röntgenemissionsspektrum

Dieses ist aus einem kontinuierlichen und einem charakteristischem Spektrum zusammengesetzt. Das **kontinuierliche Spektrum** resultiert aus der Bremsstrahlung und ist deshalb *kontinuierlich*, weil ein beliebiger Anteil der kinetischen Energie der Elektronen in Röntgenstrahlung umgewandelt werden kann. Wird die kinetische Energie E_{kin} des Elektrons vollständig in Röntgenstrahlung umgewandelt, so ist die Energie der Strahlung E_{rad} am größten und damit deren Wellenlänge minimal: [Meschede, 2010, S. 835]

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin}} &\stackrel{!}{=} E_{\text{rad}} \quad \Leftrightarrow \quad U \cdot e = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{min}}} \\
 &\Leftrightarrow \quad \lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{U \cdot e} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Das **charakteristische Spektrum** lässt sich mit dem Bohr'schen Atommodell erklären und ist *charakteristisch* für das verwendete Anodenmaterial. Beschleunigte Glühelektronen schlagen Elektronen aus den inneren Schalen der Atome heraus oder heben diese auf eine höhere noch unbesetzte Schale. Den frei gewordenen Platz nimmt nun ein Elektron von einer höheren Schale des gleichen Atoms unter Abstrahlung der entsprechenden Energiedifferenz ein. Die Wellenlänge der emittierten Strahlung beim Elektronenübergang von der m . auf die n . Schale lässt sich bei Kenntnis der Kernladungszahl Z mit dem **Moseley-Gesetz** berechnen: [Lautenschlager, 2011, S. 53]

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot Z_{\text{eff}}^2 \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (3)$$

mit $R = \frac{e^4 \cdot m_e}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_K}}$ und $Z_{\text{eff}} = Z - \sigma$

wobei R die Rydbergkonstante, e die Elektronenladung, m_e die Elektronenmasse, ε_0 die Dielektrizitätskonstante, h das Planck'sche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit und m_K die Kernmasse ist. Bei äußeren Schalen tritt der Effekt auf, dass innere Elektronen einen Teil der Kernladung abschirmen, sodass eine reduzierte Kernladung Z_{eff} verwendet werden muss. Der Korrekturterm σ hängt von n und m ab. Einige Werte sind $\sigma_{2 \rightarrow 1} = 1$, $\sigma_{3 \rightarrow 1} \approx 1.8$ und $\sigma_{3 \rightarrow 2} \approx 7.4$ [Lautenschlager, 2011, S. 53].

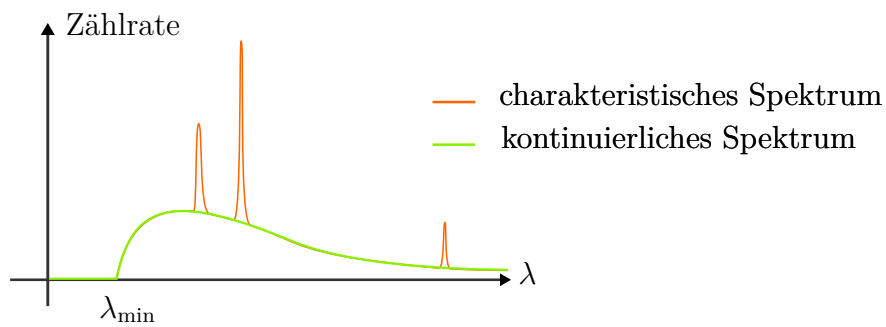


Abbildung 3: Röntgenemissionsspektrum

2.4 Röntgenabsorption

Röntgenstrahlung kann von Materie absorbiert werden (Streuung, Photoeffekt, Comptoneffekt, Paarerzeugung). Trifft sie auf ein homogenes Medium, so sinkt ihre Intensität exponentiell nach dem **Lambert-Beerschen Gesetz**:

$$I(d) = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (4)$$

Immer dann, wenn die Energie der Strahlung gerade die Bindungsenergie der Elektronen einer Atomschale gerade übersteigt, kommt es zu einem sprunghaften Anstieg der Absorption (Photoeffekt: Ionisation), was sich als **Absorptionskante** in einer entsprechenden Auftragung bemerkbar macht. [Meschede, 2010, S. 839f]

3 Durchführung

Wir wollen mithilfe einer Röntgenröhre und eines Geiger-Müller-Zählrohres Röntgenspektren unter verschiedenen Rahmenbedingungen aufnehmen. Die Röntgenröhre ist vor Ort aufgebaut, deren Bedienung intuitiv. Bevor wir mit dem eigentlichen Versuch beginnen, notieren wir das Anodenmaterial (bei unserem Versuch Eisen). Die jeweiligen Messungen werden über das Programm `measure` vom danebenstehenden PC ausgeführt. Mit diesem Programm kann man die Anodenspannung U , den Einstellwinkel des Kristalls ϑ , dessen Schrittweite $\Delta\vartheta$ und die Messdauer Δt festlegen. Die Daten werden nach Ende der Messreihe in einer Datei abgespeichert. Es sind folgende Messungen durchzuführen:

- Zuerst nehmen wir für eine Anodenspannung $U = 25$ kV und einen Strom $I = 1$ mA ein Spektrum auf. Hierbei soll für die Eisenanode der Einstellwinkel des Kristalls zwischen $\vartheta_{min} = 3^\circ$ und $\vartheta_{max} = 80^\circ$ mit einer Schrittweite von $\Delta\vartheta = 0.1^\circ$ variiert werden. Pro Einstellwinkel messen wir für $\Delta t = 2$ s.
- Bei der nächsten Messung nehmen wir bei gleicher Stromstärke und gleicher Winkelschrittweite für die verschiedenen Spannungen $U = 23, 26, 29, 32, 35$ kV die Röntgenspektren zwischen den Winkeln $\vartheta_{min,1} = 3^\circ$ und $\vartheta_{max,1} = 15^\circ$ bzw. $\vartheta_{min,2} = 24^\circ$ und $\vartheta_{max,2} = 31^\circ$ auf.
- Jetzt wollen wir die Absorptionskonstanten von Nickel und Kupfer (für die Eisenanode) bestimmen. Hierzu entnehmen wir dem Fach oben am Röntgenapparat die vorgesehenen Nickel- und Kupferproben der Dicke 0.025 mm und bringen sie an der vorgesehenen Stelle am Geiger-Müller-Zähler an. Das Röntgengerät schaltet sich beim Öffnen der Scheibe automatisch ab (Hierzu muss der rote Knopf zuerst gedrückt und dann gedreht werden. Erst dann lässt sich das Fenster öffnen). Bei gleicher Winkelschrittweite wie bisher, einem Strom von $I = 1$ mA und einer Spannung von $U = 25$ kV nehmen wir für die Nickel-Probe ein Spektrum zwischen $\vartheta_{min,Ni} = 21^\circ$ und $\vartheta_{max,Ni} = 23^\circ$ bzw. für die Kupfer-Probe ein Spektrum zwischen $\vartheta_{min,Cu} = 19.5^\circ$ und $\vartheta_{max,Cu} = 21.5^\circ$ auf. Die Messzeit wird bei diesem Versuchsteil auf $\Delta t = 30$ s erhöht.
- Zum Schluss untersuchen wir noch die Absorption verschiedener Materialien, die also insbesondere eine unterschiedliche Kernladungszahl Z haben. Wir nehmen hierzu ein Spektrum zwischen $\vartheta_{min} = 8^\circ$ und $\vartheta_{max} = 16^\circ$ mit einer Schrittweite von $\Delta\vartheta = 1^\circ$ und $\Delta t = 30$ s für folgende Anordnungen auf: Zuerst messen wir ohne einen Absorber,

danach mit 0.08 mm Aluminium, 0.025 mm Zink, 0.025 mm Zinn und 0.025 mm Nickel.

Geiger-Müller-Zählrohr

Im Versuch wird als Detektor der Röntgenstrahlen ein *Geiger-Müller-Zählrohr* verwendet. Dieses besteht grob aus einem zylindrischen Kondensator mit stark positiv geladener Anode. Der Raum zwischen Kathode und Anode ist mit einem Edelgas (und manchmal zusätzlich mit beigemischten Halogenen) gefüllt. Beim Einfall ionisierender Strahlung, wie z.B. der in diesem Versuch verwendeten Röntgenstrahlung, werden die freigewordenen Elektronen zur Anode hin beschleunigt. Damit ein Signal gut detektiert werden kann, muss die Spannung hoch genug sein, damit das Elektron auf dem Weg zur Anode genügend andere Teilchen ionisiert, also eine „Teilchenlawine“ auslöst. Beim Geiger-Müller-Zähler ist eine solche Spannung gegeben, es sei jedoch darauf verwiesen, dass es auch andere Spannungsbereiche gibt, in denen keine solche „Elektronenlawine“ ausgelöst wird. Diese Bereiche sind hier jedoch nicht relevant und können z.B. in [Demtröder, 2004, S. 91ff.] nachgeschlagen werden. Wichtig für dieses Experiment ist jedoch die sogenannte *Totzeit* τ des Geiger-Müller-Zählrohrs, das ist die Zeit, die nach einem Signal vergehen muss, bis wieder ein neues aufgenommen werden kann. Bei hohen Zählraten entsteht dadurch ein nicht zu vernachlässigender Fehler. Das Programm `measure` verfügt aber über eine Funktion, um diesen Fehler in der Zählrate N gemäß der Formel

$$N_{\text{koriigiert}} = \frac{N_{\text{gemessen}}}{1 - \tau \cdot N_{\text{gemessen}}}$$

zu korrigieren. Für das verwendete Zählrohr ist die Totzeit mit $\tau = 100 \mu\text{s}$ angegeben.

4 Auswertung

4.1 Korrektur der Totzeit

Bevor wir mit der Auswertung der Daten beginnen können, müssen wir zuerst noch den durch die Totzeit τ des Geiger-Müller-Zählrohrs entstanden Fehler bereinigen. Hierzu verwenden wir die entsprechende Funktion des benutzten Auswertungsprogramms `measure`. In den folgenden Berechnungen werden dann ausschließlich die korrigierten Daten benutzt.

4.2 Linienmaxima und entsprechende Wellenlängen des charakteristischen Spektrums

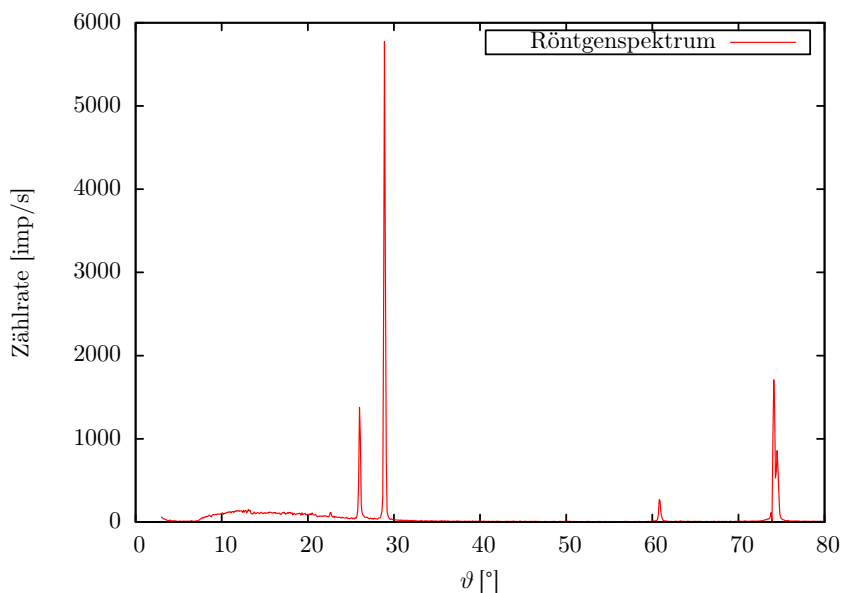


Abbildung 4: Spektrum einer Röntgenröhre mit Eisenanode. Aufgetragen ist die Zählrate in Impulsen pro Sekunde gegen den Einstellwinkel ϑ des Kristalls bei einer Anodenspannung $U = 25$ kV und einem Strom $I = 1$ mA.

In Abbildung 4 ist das Spektrum der verwendeten Röntgenröhre mit einer Eisenanode für eine Spannung $U = 25$ kV an der Anode und einen Strom $I = 1$ mA aufgetragen. Mithilfe der Bragg-Gleichung 1 können wir aus dem eingestellten Winkel ϑ die zugehörige Wellenlänge λ bei den charakteristischen Peaks berechnen:

$$\lambda = \frac{2d \sin(\vartheta)}{k}$$

Hierbei ist die Gitterkonstante d des verwendeten Lithium-Flourid-Kristalls angegeben mit $d = 201$ pm und wird deshalb als fehlerfrei angenommen. Aufgrund der Schrittweite $\Delta\theta = 0.1^\circ$ können wir die Maxima bis auf diese Größe genau bestimmen. Den Fehler des Einstellwinkels σ_ϑ schätzen wir deshalb ab mit $\sigma_\vartheta = 0.1^\circ$ bzw. $\sigma_\vartheta = 0.002$ rad. Daraus ergibt sich der Fehler σ_λ von λ mittels Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_\lambda = \sigma_\vartheta \cdot \left| \frac{2d \cos(\vartheta)}{k} \right|.$$

Nun können wir aus Gleichung 2 die zu der jeweiligen Wellenlänge gehörende Energie E mit dem Fehler σ_E berechnen:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{mit} \quad \sigma_E = \sigma_\lambda \cdot \frac{hc}{\lambda^2}$$

Hierbei bezeichnet h das Plancksche Wirkungsquantum und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Die Ergebnisse für λ und E samt Fehlern finden sich in Tabelle 1. Die Angaben für die Einstellwinkel wurden hierbei der Wertetabelle der Messdaten von `measure` entnommen.

Peak	Bezeichnung	ϑ [rad]	σ_ϑ [rad]	λ [pm]	σ_λ [pm]	E [eV]	σ_E [eV]
1	K_β 1. Ord.	0.009	0.002	176.2	0.8	7036	38
2	K_α 1. Ord.	0.017	0.002	194.3	0.8	6382	32
3	K_β 2. Ord.	0.026	0.002	175.5	0.2	7066	13
4	$K_{\alpha 1}$ 2. Ord.	0.035	0.002	193.3	0.2	6414	13
5	$K_{\alpha 2}$ 2. Ord.	0.044	0.002	193.7	0.2	6401	13

Tabelle 1: Ergebnisse für die aus den jeweiligen Einstellwinkeln berechneten Wellenlängen und zugehörigen Energien an den charakteristischen Peaks mit zugehörigen Fehlern. Die Peaks sind dabei von links nach rechts (nach Abb. 4) nummeriert.

Die Peaks des charakteristischen Spektrums werden nach der Schale benannt, in die die Elektronen zurückfallen. Der griechische Buchstabe im Index beschreibt, aus welcher Schale sie fallen: Die K_α beschreibt das Zurückfallen von der L - in die K -Schale, die K_β -Linie das Zurückfallen von der M - in die K -Schale, usw. Wir nummerieren die Peaks in Abbildung 4 von links nach rechts. Es ist deutlich zu erkennen, dass rechts zwei Peaks dicht nebeneinander liegen (Peak 4 und 5). Diese Peaks sind beides K_α -Linien zweiter Ordnung, d.h. $k = 2$. Aufgrund der Feinstruktur des Atombaus muss man jedoch eine

$K_{\alpha 1}$ - und eine $K_{\alpha 2}$ -Linie unterscheiden. Diejenige mit einer etwas höheren Energie ist die $K_{\alpha 1}$ -Linie. Bei der K_{α} -Linie erster Ordnung (Peak 2, $k = 1$) kann man aber nur noch einen Peak erkennen: $K_{\alpha 1}$ - und $K_{\alpha 2}$ -Linie liegen zu dicht nebeneinander. Entsprechend ist der erste Peak die K_{β} -Linie erster Ordnung, der dritte die K_{β} -Linie zweiter Ordnung.

4.3 Abhängigkeiten von der Anodenspannung U_A

4.3.1 Grenzwellenlängen λ_{\min}

Abbildung 5 zeigt die Messwerte bei der Bestimmung der Grenzwellenlänge für die fünf verschiedenen Anodenspannungen.

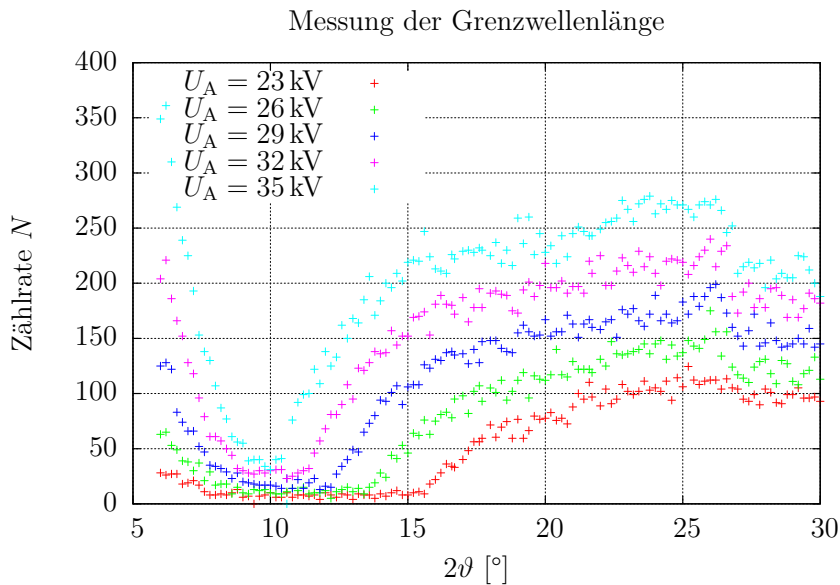


Abbildung 5

Mithilfe des Programms `measure` werden die Grenzwinkel ϑ aus den fünf Messungen bestimmt, bei denen zum ersten Mal ein starker Anstieg in der Intensität des kontinuierlichen Spektrums beobachtet werden kann.

Je nach Schärfe dieses Anstiegs wird ein Fehler im abgelesenen Winkel angenommen.

Aus der Bragg-Bedingung mit $k = 1$ (Gl. 1) berechnet man daraus die zugehörige Wellenlänge (mit ϑ in Radiant umgerechnet):

$$\lambda = 2d \sin(\vartheta) \quad \text{und} \quad \sigma_{\lambda} = 2d \cos(\vartheta) \sigma_{\vartheta}$$

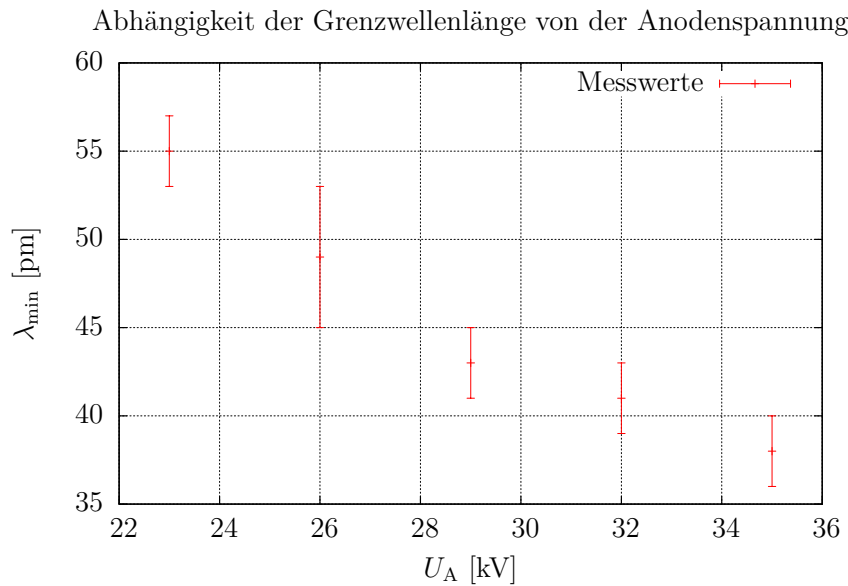


Abbildung 6

Der Fehler für die in der Praktikumsanleitung angegebene Gitterkonstante $d = 201$ pm des Kristalls wird als vernachlässigbar angenommen. Mit Formel 2 (Duane-Hunt) lässt sich aus den gemessenen Grenzwellenlängen die Plancksche Konstante h berechnen:

$$h = \frac{U_A e \lambda_{\min}}{c} \quad \text{und} \quad \sigma_h = \frac{U_A e}{c} \sigma_\lambda$$

Die Ergebnisse zeigt Tabelle 2:

U_A [kV]	ϑ [°]	λ_{\min} [pm]	h [10^{-34} J s]
23	5.4 ± 0.2	55 ± 2	6.8 ± 0.2
26	7.0 ± 0.5	49 ± 4	6.8 ± 0.5
29	6.2 ± 0.2	43 ± 2	6.73 ± 0.22
32	5.8 ± 0.2	41 ± 2	7.0 ± 0.3
35	5.4 ± 0.2	38 ± 2	7.1 ± 0.3

Tabelle 2: Messung der Grenzwellenlängen und Planck-Konstante

Als gewichteten Mittelwert für die Planck-Konstante ergibt sich

$$h = (6.85 \pm 0.11) \cdot 10^{-34} \text{ J s.}$$

4.3.2 Charakteristische Linien

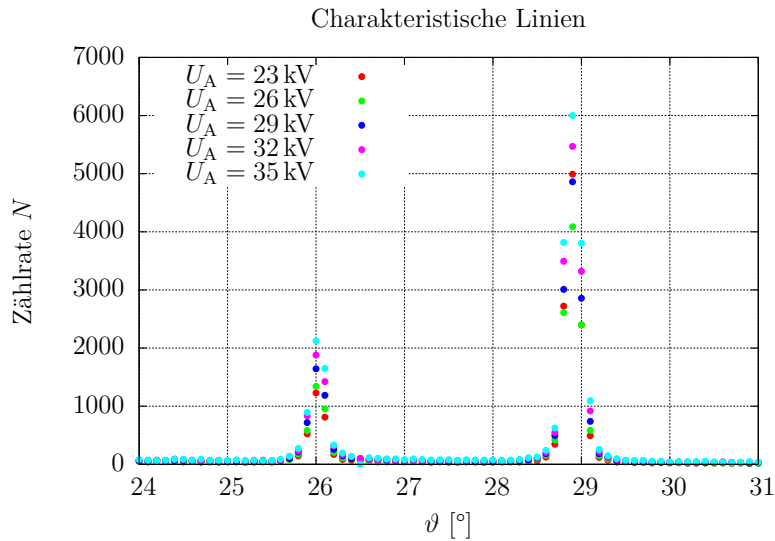


Abbildung 7

Abbildung 7 zeigt den zweiten vermessenen Ausschnitt des Röntgenspektrums. Qualitativ erkennt man eine Zunahme der Intensität der charakteristischen Linien mit zunehmender Anodenspannung. Eine quantitative Betrachtung liefert Abbildung 8.

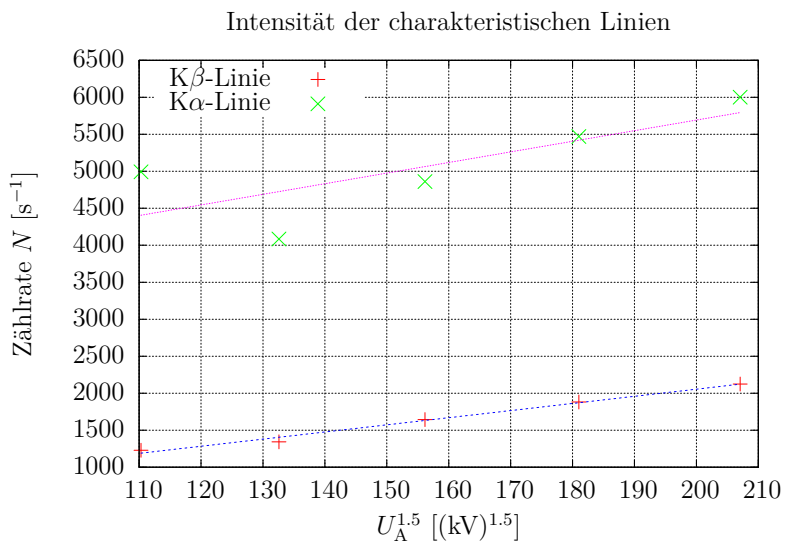


Abbildung 8

Es wurde jeweils der größte Messwert für die zugehörigen charakteristischen Linien gegen die 1.5te Potenz der Anodenspannung aufgetragen. Man kann einen linearen Verlauf der Werte in diesem Diagramm erkennen, bei der $K\alpha$ -Linie scheint es eine Abweichung zu geben. (s. Diskussion) Im Prinzip bestätigt das grafisch das in der Praktikumsanleitung angegebene Gesetz

$$I_K \propto I_A (U_A - U_K)^{1.5}$$

mit der Intensität I_A der charakteristischen Strahlung, dem Anodenstrom I_A (hier eine Konstante) und einer Verschiebung in der Spannung durch das Ionisationspotential U_K .

4.4 Absorptionskanten

In Teil 4 der Durchführung wurde die Intensität der Strahlung in Abhängigkeit des Einfallswinkels gemessen, wobei die Strahlung einen Nickel- bzw. Kupferabsorber passieren musste. Die Intensitätsverteilung für beide Materialien ist in Abb. 9 dargestellt. Die *Absorptionskanten* sind deutlich zu erkennen.

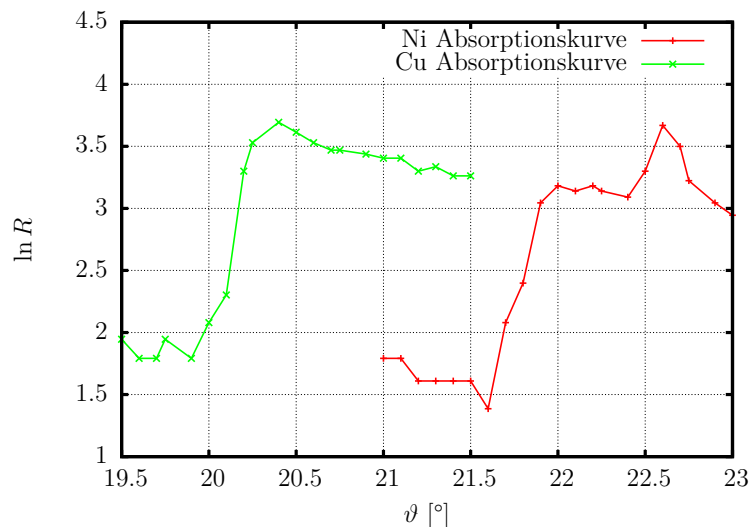


Abbildung 9: Absorptionskanten von Ni und Cu: Die Zählrate R ist halblogarithmisch gegen den Winkel aufgetragen.

Aus den dazugehörigen Winkeln lassen sich analog zu den vorherigen Auswertungspunkten die entsprechenden Wellenlängen λ (mithilfe der Bragg-Bedingung) und damit die Energien E der Strahlung berechnen. Außerdem kann aus den Wellenlängen die Rydbergkonstante R_∞ bestimmt werden, indem das Moseley-Gesetz (Gl. 3) angewandt wird. Dabei geht man davon

	Winkel in °	Wellenlänge λ	Energie E	Rydbergkonstante R_∞
Cu	$(20.2 \pm 0.2)^\circ$	(139 ± 2) pm	(8920 ± 200) eV	$(122 \pm 3) \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$
Ni	$(21.8 \pm 0.2)^\circ$	(149 ± 2) pm	(8300 ± 200) eV	$(123 \pm 3) \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$

Tabelle 3: Analyse der Absorptionskanten: Aus den abgelesenen Winkeln lassen sich die Wellenlängen und daraus die Energie der Strahlung sowie die Rydbergkonstante berechnen.

Z_{Ni}	λ_{Ni} [pm]	Z_{Cu}	λ_{Cu} [pm]	R_∞ [m^{-1}]
28	149	29	138	$110 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$

Tabelle 4: Literaturangaben: Die ersten vier Werte sind aus der Praktikumsanleitung, der Wert für R_∞ ist [Meschede, 2010, S. 717] entnommen.

aus, dass ein Elektronenübergang von der 2. Schale ($m = 2$) auf die 1. Schale ($n = 1$) stattfindet. Für σ (Abschirmung der Kernladungen) wird daher der Wert 1 verwendet. Damit gilt für R_∞ :

$$R_\infty = \frac{4}{3} \frac{1}{\lambda \cdot (Z - 1)^2} \quad \text{mit} \quad \sigma_{R_\infty} = \frac{4}{3} \frac{1}{\lambda^2 \cdot (Z - 1)^2} \cdot \sigma_\lambda$$

Die Ergebnisse aus diesen Rechnungen sind in Tab. 4 dargestellt.

4.5 Absorptionskoeffizienten von Aluminium, Zink, Zinn und Nickel

In Abbildung 10 sind die Röntgenspektren für den Bereich $8^\circ \leq \vartheta \leq 16^\circ$ für die verschiedenen verwendeten Absorber aufgetragen¹. Nach dem Lambert-Beerschen-Absorptionsgesetz 4 können wir den Absorptionskoeffizienten μ berechnen:

$$1\mu = \frac{1}{d} \log \left(\frac{I_0}{I} \right)$$

I_0 ist bestimmt durch die Zählrate ohne Absorber, d entspricht der Dicke der eingesetzten Absorber. Die in der Praktikumsanleitung angegebenen Dichten ρ sowie die Werte für d finden sich in Tabelle 5.

¹Bei der Messung mit Aluminium wurden von `measure` anscheinend nur Daten bis zu einem Winkel $\vartheta_{max} = 15^\circ$ aufgenommen. Das ist aber nicht weiter schlimm.

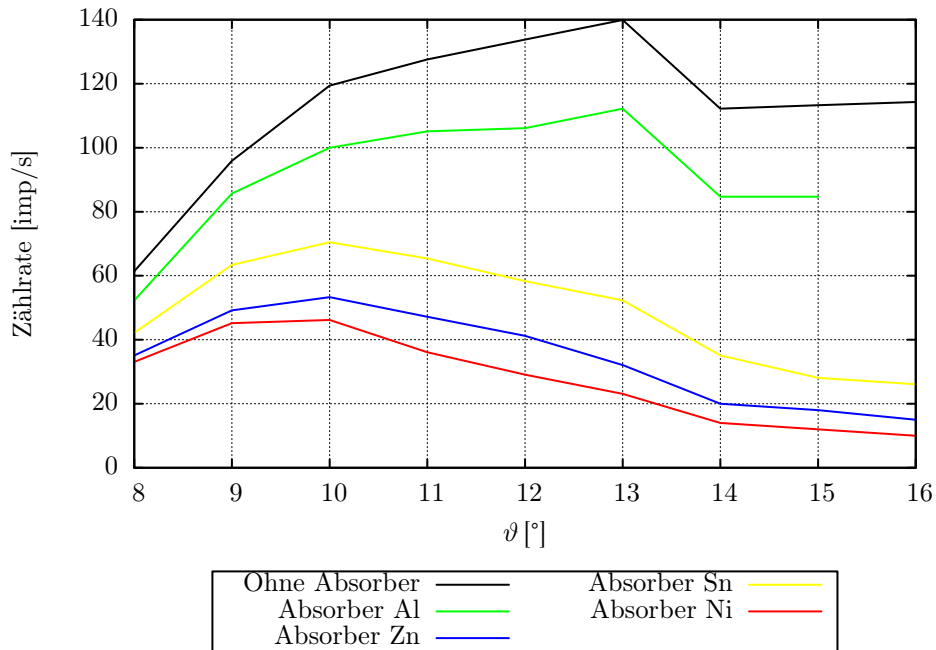


Abbildung 10: Die Zählrate des Geiger-Müller-Zählers aufgetragen gegen den Einstellwinkel ϑ für $8^\circ \leq \vartheta \leq 16^\circ$. Die einzelnen Kurven entsprechen jeweils den in die Apparatur eingefügten Absorbern.

Absorber	ϱ $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	d [mm]
Al	2.7	0.08
Zn	7.14	0.025
Sn	7.28	0.025
Ni	8.92	0.025

Tabelle 5: Die Dichten ϱ und Dicken d der verwendeten Absorber.

Mit diesen können wir nun die Koeffizienten $\frac{\mu}{\varrho}$ bestimmen. In Abb. 11 sind diese gegen die dritten Potenzen der Wellenlänge λ^3 aufgetragen, welche wie gehabt aus den Winkeln berechnet wurden. Es ist deutlich ein linearer Zusammenhang erkennbar:

$$\frac{\mu}{\varrho} \propto \lambda^3$$

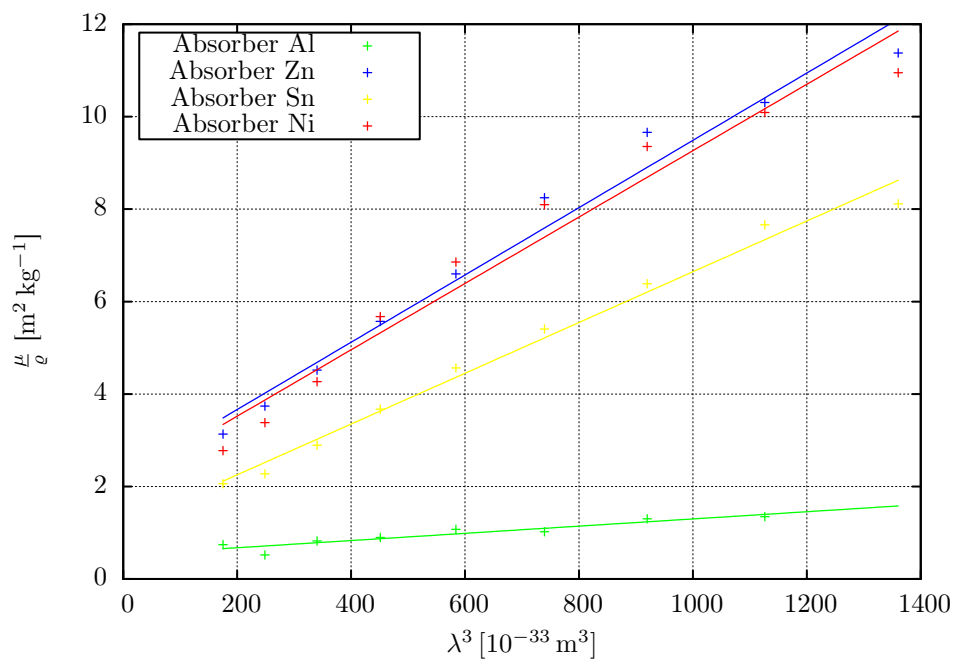


Abbildung 11: Die Absorptionskoeffizienten $\frac{\mu}{\rho}$ aufgetragen gegen λ^3 für die verschiedenen Absorber. Die Kreuze markieren die berechneten Werte, die Regressionsgeraden sind gnuplot-Fits via $f(\lambda) = a\lambda + b$.

5 Diskussion

5.1 Linienmaxima des charakteristischen Spektrums

Die berechneten Werte für die Übergangsenergie zwischen den Anregungszuständen $E_{K_{\alpha 1}}$, $E_{K_{\alpha 2}}$ und $E_{K_{\beta}}$ stimmen innerhalb der angegebenen Messungenauigkeiten mit den angegebenen Werten (i.e. $E_{K_{\alpha 1}} = 6404$ eV, $E_{K_{\alpha 2}} = 6391$ eV und $E_{K_{\beta}} = 7058$ eV) überein. Somit scheint dieser Versuchsteil problemlos abgelaufen zu sein. Man erkennt hier aber auch noch einmal den Unterschied zwischen $K_{\alpha 1}$ - und $K_{\alpha 2}$ -Linie: Im Bereich, wo wir beide unterscheiden konnten, liegt der jeweils andere Wert nicht mehr innerhalb der Fehlerschranken. Eine Fehlerminimierung könnte man hier mit einer Verringerung der Schrittweite realisieren, in Anbetracht der guten Ergebnisse scheint das aber nicht notwendig zu sein.

5.2 Abhängigkeiten von der Anodenspannung U_A

5.2.1 Grenzwellenlängen

Für die Grenzwellenlängen in Abb. 6 ist nach Gleichung 2 ein hyperbolischer Verlauf von λ_{\min} bezüglich der Anodenspannung zu erwarten. Dies ist auch näherungsweise erkennbar. Ein Problem stellt hier die geringe Zahl an Messwerten und der hohe Fehler bei der Bestimmung der exakten Grenzwellenlänge dar. Diese wird aus Abb. 5 bestimmt. Dabei ist allerdings der exakte Winkel ϑ nicht genau erkennbar, bei dem der Anstieg beginnt, insbesondere da die Null-Zählrate durch Schwankungen nicht sicher bestimmt ist. Die Tatsache, dass die aus diesen Werten bestimmte Planck-Konstante etwas oberhalb des Literaturwertes von $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J s [Meschede, 2010, S. 592] liegt, weist darauf hin, dass die Grenzwellenlängen (nach Glg. 2) etwas zu hoch bestimmt wurden.

Der Literaturwert liegt innerhalb der $2\text{-}\sigma$ -Umgebung des berechneten Wertes, was für eine verhältnismäßig gute Bestimmung der Planck-Konstante spricht.

5.2.2 Charakteristische Linien

Die Intensitätswerte für die charakteristischen Linien bei den unterschiedlichen Anodenspannungen wurden durch Betrachtung des größten Zählratenausschlags bestimmt. Abb. 7 zeigt dabei das Problem: Die charakteristischen Linien sind sehr schmal und der größte Wert muss nicht gleichzeitig das physikalische Maximum darstellen (Sampling-Problem).

Dies hätte man durch Einbeziehung eines entsprechenden Fehlers zu kompensieren versuchen können. Allerdings ist auch nicht klar, wie hoch dieser Fehler

angesetzt werden soll. Das qualitativ korrekt lineare Verhalten in Abb. 8 kann für die $K\beta$ -Linie sehr gut beobachtet werden. Bei der $K\alpha$ -Linie scheinen die vier Messwerte bei höherer Spannung einen sehr viel besseren linearen Verlauf zu nehmen als den eingezeichneten. Das lässt vermuten, dass der erste Messwert von einer Störung beeinflusst wurde, da er insbesondere auch höher als der zweite Messwert ist, was nicht das physikalisch korrekte Verhalten ist und auch nicht durch Sampling-Effekte erklärt werden kann. Der Grund für diese Störung bleibt unklar.

5.3 Analyse der Absorptionskanten

Die Absorptionskanten sind in Abb. 9 deutlich zu erkennen. Jedoch sind die Anstiege nicht ganz sprunghaft, sondern auf ein kleines Winkelintervall ausgedehnt. Da aber ein konkreter Winkel benötigt wird, wurde hier der mittlere Wert abgelesen und ein entsprechend großer Fehler angenommen. In der Intensitätsverteilung der Ni-Kurve ist noch eine weitere Spitze zu sehen, welche jedoch nicht als Absorptionskante identifiziert wurde, da eine solche einen Sprung von einem konstant hohen Wert auf einen konstant niedrigen darstellen sollte und nicht bloß eine einzelne Spitze.

Die daraus berechneten Wellenlängen stimmen sehr gut mit den Literaturangaben überein. Da zur Berechnung der Energien zusätzlich nur bekannte Naturkonstanten verwendet wurden, sollten diese Werte ebenfalls eine gute Genauigkeit aufweisen.

Für die Rydbergkonstante ergibt sich jedoch eine recht große Abweichung. Dies liegt vermutlich an dem Korrekturterm $\sigma \approx 1$, da dieser nur eine ungefähre Abschätzung ist und alle anderen verwendeten Größen einen sehr kleinen Fehler haben.

5.4 Absorptionskoeffizienten von Aluminium, Zink, Zinn und Nickel

Die linearen Regressionen in Abbildung 11 liefern gute Ergebnisse. Man erkennt den linearen Zusammenhang zwischen λ^3 und $\frac{\mu}{\rho}$, obwohl nur jeweils acht (bei Aluminium sieben) Messungen durchgeführt wurden. Eine Verringerung der Schrittweite würde diesen Zusammenhang sicher noch deutlicher aufzeigen. Den Fehler auf diese Art zu reduzieren wäre, da hier die Ungenauigkeit größer als beim ersten Versuchsteil ist, an dieser Stelle auch sinnvoll, falls man mehr Ergebnisse sucht als den bloßen Proportionalitätszusammenhang.

Literatur

Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 4*. Springer Spektrum, 2 edition, 2004.

Horst Lautenschlager. *Physik 3: Quanten, Kerne und Atome*. Stark Verlagsgesellschaft, 2011.

Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 24 edition, 2010.