



VERSUCH 24

RADIOAKTIVITÄT

Praktikumsprotokoll von
Tobias Wegener

Gruppennummer: 6
Assistent: Danny Schwarzbach
Mitarbeiter: Alexander Osterkorn
Christian Gaß
Durchgeführt am: 27.02.2014
Abgegeben am: 18.03.2014

Testiert:

Tobias.Wegener@stud.uni-goettingen.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Struktur und Eigenschaften des Atomkerns	4
2.2	Radioaktivität	4
2.3	Halbwertszeit, Zerfallsrate und Anfangsaktivität	5
2.4	Radioaktivität von Silber	5
2.5	Am-Be-Neutronenquelle	5
2.6	Poisson-Verteilung	6
3	Durchführung	7
3.1	Sicherheitshinweise	7
3.2	Versuchsaufbau	7
3.3	Ablauf der Messung	7
4	Auswertung	9
4.1	Umrechnung der Rohdaten und Bestimmung der Nullrate	9
4.2	Allgemeines Vorgehen	9
4.3	Halblogarithmische Auftragungen	10
4.4	Messwerte und χ^2 -optimierte Abklingkurven	12
4.5	Aktivierungskurven	15
5	Diskussion	16
5.1	Bestimmung der Nullrate	16
5.2	Abklingkurven	16
5.3	Aktivierungskurve	17
	Literatur	18

1 Einleitung

Radioaktivität bezeichnet den spontanen Zerfall instabiler Atomkerne unter Emission ionisierender Strahlung und wurde zuerst von A. Becquerel beobachtet [Hal03, S. 1267]. Zur friedlichen Nutzung findet sie Anwendungen in der Energiegewinnung und der Medizin. Daneben wurde sie aber auch für militärische Zwecke eingesetzt, wodurch beim Abwurf der Atombomben über Hiroshima und Nagasaki eine sechsstellige Zahl an Menschen getötet wurden.

2 Theorie

2.1 Struktur und Eigenschaften des Atomkerns

Nach dem klassischen Modell eines **Atomkerns** besteht dieser aus kleinen Teilchen (*Nukleonen*) nahezu gleicher Masse, wobei es sich um die einfach positiv geladenen *Protonen* und die ungeladenen *Neutronen* handeln kann. Ein bestimmter Typ von Atomkern (*Nuklid*) kann durch seine *Kernladungszahl* Z (Anzahl Protonen) und seine *Massenzahl* A (Anzahl Nukleonen) beschrieben werden. Dazu verwendet man häufig die ${}^A_Z\text{X}$ -Notation. Nuklide mit gleichem Z aber unterschiedlichem A werden als *Isotope* bezeichnet [Hal03, S. 1259 ff].

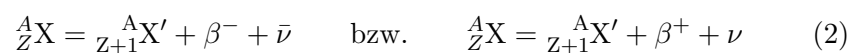
2.2 Radioaktivität

Als Radioaktivität bezeichnet man die spontane (von äußeren Einflüssen unabhängige) Umwandlung eines instabilen Atomkerns, bei der bestimmte Teilchen emittiert werden. Dabei unterscheidet man folgende drei Umwandlungsformen:

- Beim **Alpha-Zerfall** [Gia10, S. 1417 ff.] wird ein α -Teilchen (${}^4_2\text{He}$) emittiert. Er tritt bei sehr großen Kernen auf, wenn die *starke Wechselwirkung* die elektromagnetische Abstoßung nicht kompensieren kann.



- Beim **Beta-Zerfall** [Gia10, S. 1419 ff.] nimmt Z um 1 zu, während A unverändert bleibt. Dies kann z.B. geschehen, indem ein Neutron des Kerns in ein Proton umgewandelt, wobei zusätzlich ein *Elektron* (β^- -Teilchen) und ein *Antineutrino* $\bar{\nu}$ bzw. ein *Positron* (β^+ -Teilchen) und ein *Neutrino* ν erzeugt werden.¹



- Beim **Gamma-Zerfall** [Gia10, S. 1422] geht der Atomkern von einem angeregten Zustand ${}^A_Z\text{X}^*$ in einen Zustand niedrigerer Energie ${}^A_Z\text{X}$ über, ohne dass Nukleonen umgewandelt werden. Es wird ein Photon γ emittiert, dessen Energie (einige keV-MeV) gerade der Energiedifferenz der Kernzustände entspricht. Dieses ist formal nicht von einem Röntgenphoton zu unterscheiden, hat jedoch im Allgemeinen eine größere Energie.



¹Daneben gibt es noch den *Elektroneneinfang*, bei dem der Kern ein Hüllenelektron absorbiert. [Gia10, S. 1421]

2.3 Halbwertszeit, Zerfallsrate und Anfangsaktivität

Es lässt sich zwar nicht vorhersagen, wann ein instabiler Atomkern zerfällt, aber man kann eine Wahrscheinlichkeit dafür angeben, dass dies in einem bestimmten Zeitintervall Δt geschieht. Betrachtet man eine große Zahl solcher Atome, so lässt sich angeben, wie viele dieser Atome etwa während Δt zerfallen werden. Dabei ist die Anzahl an Zerfällen pro Zeit (**Aktivität**) $A := \frac{\Delta N}{\Delta t}$ proportional zur Gesamtzahl der Atome N [Lau11, S. 87 f.]. Damit ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \text{sowie} \quad A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (4)$$

wobei $\lambda = \frac{\ln 2}{T_H}$, wenn T_H die Halbwertszeit der Probe ist.

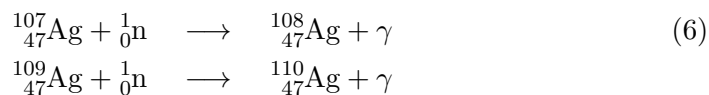
Es gibt verschiedene Nuklide, die zuerst *aktiviert* werden müssen, um selbst radioaktiv zu werden. Dabei gibt es jedoch einen maximalen Wert für die Anfangsaktivierung $\dot{N}_{A,0}^\infty$, der für unendlich lange Aktivierungszeiten t_{act} erreicht wird:

$$f(t_{\text{act}}) = \dot{N}_{A,0}^\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_H} \cdot t_{\text{act}}}\right) \quad (5)$$

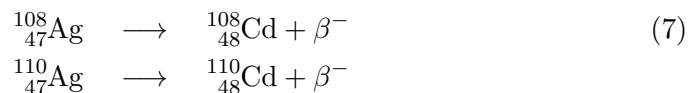
[Dem04, S. 41]

2.4 Radioaktivität von Silber

Silber kommt in der Natur als Gemisch der stabilen Isotope $^{107}_{47}\text{Ag}$ (51.4%) und $^{109}_{47}\text{Ag}$ (48.6%) vor. Werden ihre Kerne von einem Neutron ^1_0n getroffen, so kann dieses unter Abstrahlung von γ -Strahlung eingefangen werden und es entstehen instabile Silberatome mit größerer Massenzahl (Aktivierung) [Hal03, S. 1280]:

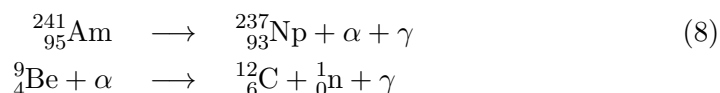


Bei diesen instabilen Kernen handelt es sich um β -Strahler, wobei die Halbwertszeit von $^{110}_{47}\text{Ag}$ mit $T_A = 24.6\text{s}$ deutlich geringer ist als die von $^{108}_{47}\text{Ag}$ ($T_B = 143\text{s}$). Der β -Zerfall dieser Isotope lässt sich nach [L'A03, S. 1223] nun folgendermaßen darstellen:



2.5 Am-Be-Neutronenquelle

Um freie Neutronen zu generieren, kann man z.B. eine Americium-Beryllium-Neutronenquelle (Am-Be-Quelle) verwenden. Bei Americium handelt es sich um ein künstlich erzeugtes radioaktives Element, welches als α -Strahler fungiert. Die α -Teilchen können Neutronen ^1_0n aus den Beryllium-Atomen lösen. Dabei finden nach [L'A03, S. 3, S. 38] folgende Umwandlungen statt:



2.6 Poisson-Verteilung

Betrachtet man eine binomialverteilte Zufallsvariable mit den Eigenschaften, dass die Ereigniszahl n sehr groß aber die Wahrscheinlichkeit p konstant sehr klein und der Erwartungswert $\mu = n \cdot p$ endlich ist, so handelt es sich um eine **Poissonverteilung**. Die Standardabweichung von μ beträgt dann bei häufiger Wiederholung $\sqrt{\mu}$. Wird nur ein einzelner Wert n gemessen, so ist \sqrt{n} auch der beste Schätzwert für dessen Fehler. Für kleine n gilt dies jedoch nur noch eingeschränkt, insbesondere gibt es Probleme für $n = 0$ (z.B. beim gewichteten Mittelwert).

Der radioaktive Zerfall folgt der Poisson-Verteilung, wenn man eine große Zahl an Atomen betrachtet, sodass die Zerfallswahrscheinlichkeit für jedes Atom vergleichsweise gering, konstant und unabhängig von den anderen Atomen ist. Dabei sollte jedoch die Halbwertszeit deutlich größer als die betrachteten Zeitintervalle Δt sein. [L'A03, S. 610-625]

3 Durchführung

3.1 Sicherheitshinweise

Da in diesem Versuch mit radioaktiven Präparaten gearbeitet wird, ist besondere Vorsicht geboten. Die Silberprobe darf nur mit der Pinzette berührt werden. Zudem ist es verboten, während der Durchführung zu essen, trinken oder zu rauchen. Es wird empfohlen, nach der Beendigung des Versuches die Hände zu waschen. Die Neutronenquelle darf sowohl vom Betreuer als auch vom Experimentator ausschließlich so verwendet werden, wie es im Folgenden beschrieben wird.

3.2 Versuchsaufbau

In diesem Versuch möchte man mithilfe einer Silberprobe den radioaktiven Zerfall untersuchen. Da Silber in der natürlichen Form stabil und somit nicht radioaktiv ist, muss es zunächst *aktiviert* werden. Dazu wird eine Am-Be-Quelle (vgl. Abschnitt 2.5) verwendet.

Diese befindet sich im Nebenraum und wird von einem abgeschirmten blauen Fass umgeben. Die Silber-Probe wird mit einer Pinzette auf einen Metallträger gelegt, welcher durch eine entsprechende Öffnung in die Am-Be-Quelle eingeführt werden kann.

Der eigentliche Versuchsaufbau besteht aus einer mit Blei abgeschirmten Kammer, in der die Aktivität einer radioaktiven Probe mithilfe eines Geiger-Müller-Zählrohrs gemessen wird. Diese Kammer hat einen kleinen Schlitz, über den die Probe eingeführt werden kann. Die Messdaten des Zählrohrs (Aktivität in Abhängigkeit von der verstrichenen Zeit t) werden automatisch auf einen Computer übertragen und auf diesem von einer LABVIEW-Anwendung weiterverarbeitet.

Geiger-Müller-Zählrohr

Ein Geiger-Müller-Zählrohr besteht aus einem Metallzylinder, in dessen Mitte sich ein Draht befindet, der jedoch vom Zylinder isoliert ist. Der Zylinder ist abgeschlossen und von einem Edelgas gefüllt. An einer der Kopfseiten befindet sich eine Plexiglasscheibe, die von Strahlung durchdrungen werden kann.

Zwischen Zylinder und Draht wird eine Spannung so angelegt, dass der Zylinder als Kathode und der Draht als Anode fungiert. Trifft nun ionisierende Strahlung auf die Atome des Edelgases, so werden Elektronen aus einigen Atomen herausgeschlagen.

Diese werden nun durch das äußere elektrische Feld in Richtung der Anode beschleunigt. Dabei kann es passieren, dass diese Elektronen ihrerseits andere Atome ionisieren (Stoßionisation). Ab einer bestimmten externen Spannung führt dies dazu, dass in einer Kettenreaktion eine *Elektronenlawine* ausgelöst wird.

An einem Widerstand kann in diesem Moment ein Spannungsstoß gemessen werden, der die eingefallene Strahlung indiziert. [Gia10, S. 1430],[L'A03, S. 154 f.]

3.3 Ablauf der Messung

Das Messgerät (Kammer mit Zählrohr) wird eingeschaltet. Der Hebel für den Timer sollte auf „Aus“ stehen. Die Messung wird über „Start“ gestartet.

Es wird der folgende Ablauf für die verschiedenen Aktivierungszeiten $t_{\text{act}} = 1 \text{ min}$, 2 min , 4 min und $t_{\text{act}} = 8 \text{ min}$ sowie eine Messung ohne Aktivierung durchgeführt:

- **Aktivierung:** Die Silberprobe wird mit einer Pinzette auf den Metallträger gelegt und in die Am-Be-Quelle eingeführt. In diesem Moment wird eine Stoppuhr gestartet. Sobald die verstrichene Zeit t die zu untersuchende Aktivierungszeit t_{act} erreicht, wird die Probe aus der Quelle herausgenommen, mit der Pinzette auf einen anderen Metallträger gelegt und in die Messkammer geschoben. Im gleichen Moment wird bei dem Analyseprogramm die Zeitmessung gestartet (dies muss schon vorbereitet sein). Damit beginnt die interne Zeitmessung des Programms genau dann, wenn die Aktivierung beendet ist.
- **Starten der Messung:** Sobald sich die Probe in der Messkammer befindet, wird die eigentliche Messung mit einem Klick auf **Messung starten** gestartet. Das Programm registriert nun den Aktivitätsverlauf der Probe, indem es die Anzahl an Zerfällen in Schritten von $\Delta T = 5 \text{ s}$ aufzeichnet.
- **Beendigung der Messung:** Wenn die Halbwertszeit deutlich überschritten ist und sich die gemessene Aktivität nur noch wenig von der Nullrate unterscheidet, kann die Messung beendet werden (**Messung beenden**).
- **Speicherung der Daten:** Die Messwerte werden als `.txt`-Datei abgespeichert, wobei in der ersten Spalte die Zeit t und in der zweiten Zeile die Anzahl an Zerfällen innerhalb der vorherigen 5 s aufgetragen ist. Optional können zusätzlich noch die vom Programm erzeugten grafischen Darstellungen der Aktivitätsverläufe ausgedruckt werden.

4 Auswertung

4.1 Umrechnung der Rohdaten und Bestimmung der Nullrate

Die zur Auswertung benötigten Daten wurden vom Computer bereitgestellt. In den entsprechenden .txt-Dateien stehen in jeder Zeile sowohl die verstrichene Zeit t als auch die Anzahl an Kernzerfällen in den vorherigen 5 s. Der zweite Wert wird für alle Datensätze durch 5 s geteilt, um die Anzahl N an Zerfällen pro Sekunde und somit eine etwas anschaulichere Größe zu erhalten. Bei dem Ergebnis handelt es sich um den Mittelwert für das ganze 5 s-Intervall. Er sollte in etwa der tatsächlichen Zerfallsrate am Mittelpunkt des Zeitintervalls der Breite $\Delta t = 5$ s entsprechen, weshalb die t -Werte noch um 2.5 s verringert werden. Für die y -Werte wird nach Abschnitt 2.6 ein Fehler von \sqrt{N} angenommen.

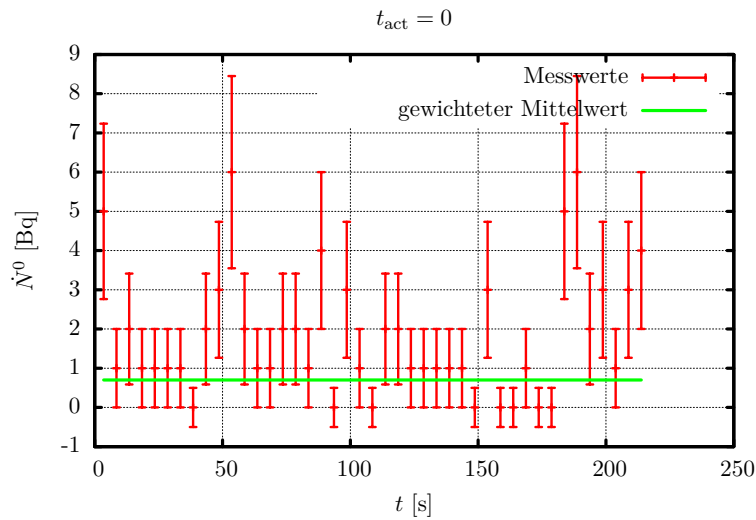


Abbildung 1: Messwerte aus der Messung ohne vorherige Aktivierung (Nullrate).

Um die Nullrate zu bestimmen, wird der gewichtete Mittelwert aus der Messung ohne Aktivierung gebildet. Dies führt jedoch zu Problemen, da es Intervalle gibt, in denen kein Ereignis registriert wurde, sodass auch der Fehler = 0 ist. Beim gewichteten Mittelwert würde dann durch Null geteilt. Um dieses Problem zu umgehen, wird der Fehler der Messwerte zu $\max(0.5, \sqrt{N})$ festgelegt.

Der gewichtete Mittelwert für die Nullrate ergibt dann:

$$\dot{N}^0 = (0.64 \pm 0.14) \text{ Bq} \quad (9)$$

4.2 Allgemeines Vorgehen

Da die untersuchte Probe aus zwei verschiedenen Isotopen besteht (vgl. Abschnitt 2.4), handelt es sich bei den aufgenommenen Zerfallskurven um die Superposition von zwei einzelnen Zerfällen. Im Folgenden wird das Isotop $^{107}_{47}\text{Ag}$ mit 'A' und $^{109}_{47}\text{Ag}$ mit 'B' bezeichnet. Während die Halbwertszeiten T_A und T_B für alle Aktivierungszeiten t_{act} konstant sind, sind die Anfangszerfallsraten $N_{A,0}^{t_{\text{act}}}$ und $N_{B,0}^{t_{\text{act}}}$ jedoch von diesen abhängig.

Damit ergibt sich ein erwarteter funktionaler Zusammenhang für die Messwerte, der von 11 Parametern abhängt (8 Anfangszerfallsraten, 2 Halbwertszeiten und der Nullrate \dot{N}^0):

$$f(t) = \begin{cases} \dot{N}^0 & t_{\text{act}} = 0 \text{ min} \\ \dot{N}_{A,0}^1 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^1 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^0 & t_{\text{act}} = 1 \text{ min} \\ \dot{N}_{A,0}^2 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^2 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^0 & t_{\text{act}} = 2 \text{ min} \\ \dot{N}_{A,0}^4 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^4 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^0 & t_{\text{act}} = 4 \text{ min} \\ \dot{N}_{A,0}^8 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^8 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^0 & t_{\text{act}} = 8 \text{ min} \end{cases} \quad (10)$$

Ziel der Auswertung ist es, diese Parameter so zu optimieren, dass die Summe der mittleren quadratischen Abstände der Messwerte (χ^2) zur Funktion minimal wird. Dazu wird der in **gnuplot** implementierte Levenberg-Marquardt-Algorithmus verwendet. Um für die Parameter gute Startwerte zu bekommen, werden jedoch noch ein paar Vorüberlegungen angestellt:

Das Hauptproblem ist die Überlagerung der beiden Zerfälle. Da die Isotope während der Aktivierungszeit t_{act} jedoch unterschiedlich stark aktiviert werden und unterschiedliche Halbwertszeiten haben (vgl. Abschnitt 2.4), können sie mit einer halblogarithmischen Auftragung identifiziert werden.

(Die Gleichungen $\frac{N}{\Delta t}$ werden zuvor formal mit 1 s multipliziert, damit das Argument des $\ln()$ dimensionslos wird.)

4.3 Halblogarithmische Auftragungen

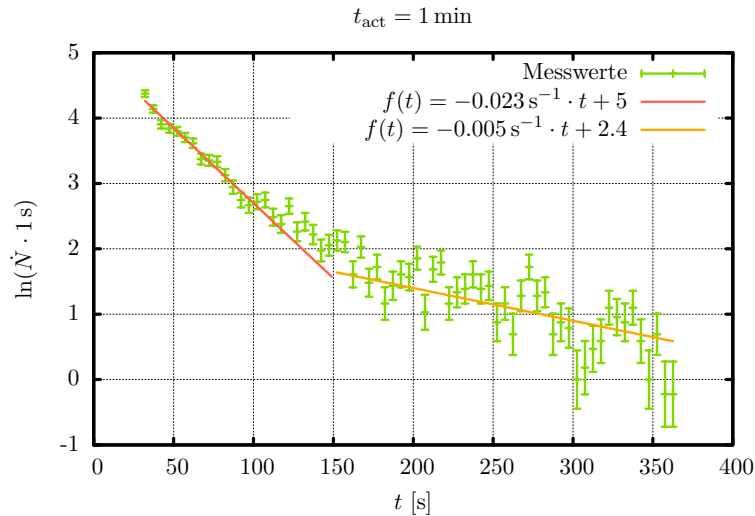


Abbildung 2: Logarithmische Auftragung der Zerfallsrate N gegen die verstrichene Zeit t . Die rote Linie kennzeichnet das Isotop ${}_{47}^{110}\text{Ag}$, die orange ${}_{47}^{108}\text{Ag}$.

Der erste Teil der Messung wird vom Isotop mit der kürzeren Halbwertszeit dominiert, da dieses während t_{act} stärker aktiviert wurde. Die Messwerte aus diesem Teil liegen dann - bei einer halblogarithmischen Auftragung - etwa auf einer recht steilen Geraden, wobei die Steigung m_A und der y -Achsenabschnitt b_A nach Gl. 4 wie folgt mit der Halbwertszeit T_A und mit N_0 zusammenhängen:

$$\begin{aligned} \dot{N} &= \dot{N}_0 \cdot e^{\frac{\ln 2}{T_A} \cdot t} \quad | \quad \ln() \\ \Leftrightarrow \quad \ln \dot{N} &= \underbrace{\ln \dot{N}_0}_{:=b_A} + \underbrace{\frac{\ln 2}{T_A}}_{:=m_A} \cdot t \end{aligned} \quad (11)$$

Analog verwendet man die hinteren Messwerte für das Isotop mit der größeren Halbwertszeit T_B .

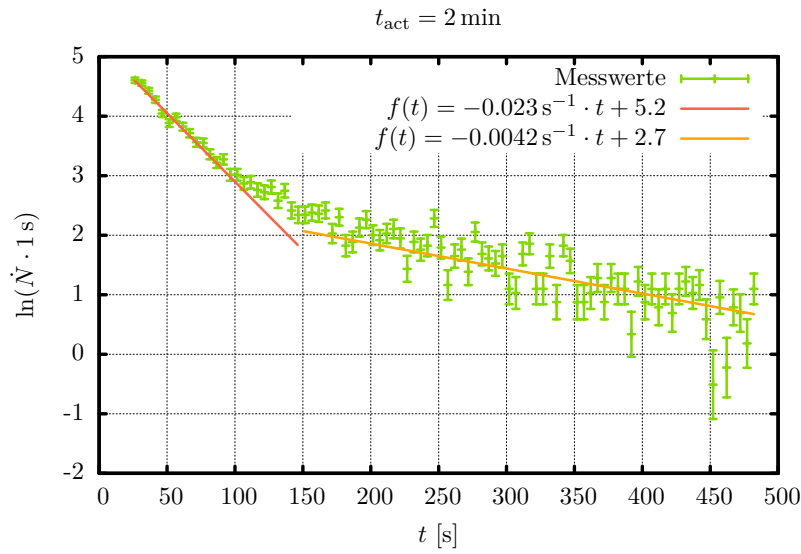


Abbildung 3: Logarithmische Auftragung der Zerfallsrate N gegen die verstrichene Zeit t . Die rote Linie kennzeichnet das Isotop ^{110}Ag , die orange ^{108}Ag .

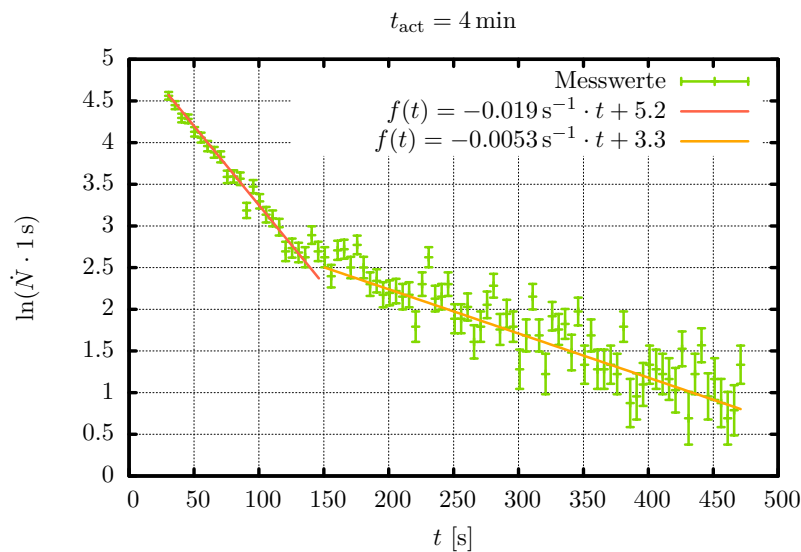


Abbildung 4: Logarithmische Auftragung der Zerfallsrate N gegen die verstrichene Zeit t . Die rote Linie kennzeichnet das Isotop ^{110}Ag , die orange ^{108}Ag .

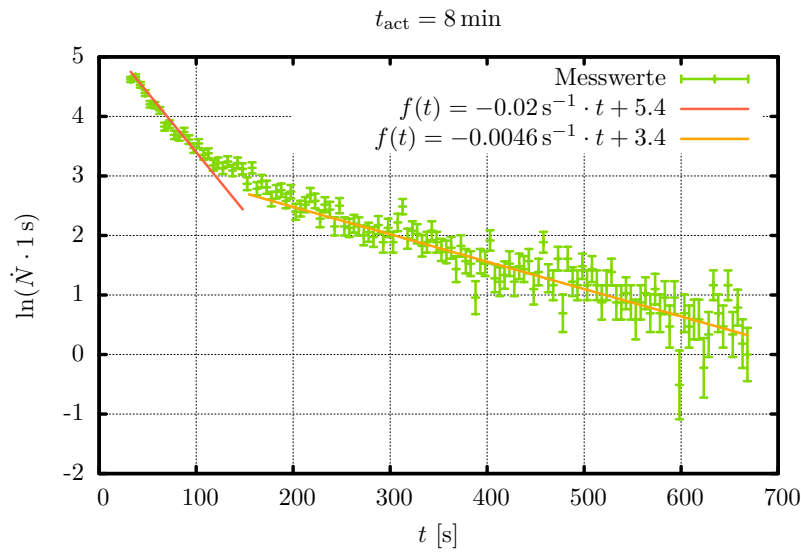


Abbildung 5: Logarithmische Auftragung der Zerfallsrate N gegen die verstrichene Zeit t . Die rote Linie kennzeichnet das Isotop $^{110}_{47}\text{Ag}$, die orange $^{108}_{47}\text{Ag}$.

Mithilfe dieser Überlegungen können nun aus den halblogarithmischen Darstellungen Werte für die N_0^i und die Halbwertszeiten T_A und T_B abgeschätzt werden.

4.4 Messwerte und χ^2 -optimierte Abklingkurven

Zur Optimierung der Parameter der Fkt. 10 wird die `multi-branch-fit`-Methode von `gnuplot` verwendet. Diese ermöglicht es, für jede Messung eine andere fit-Funktion zu verwenden.

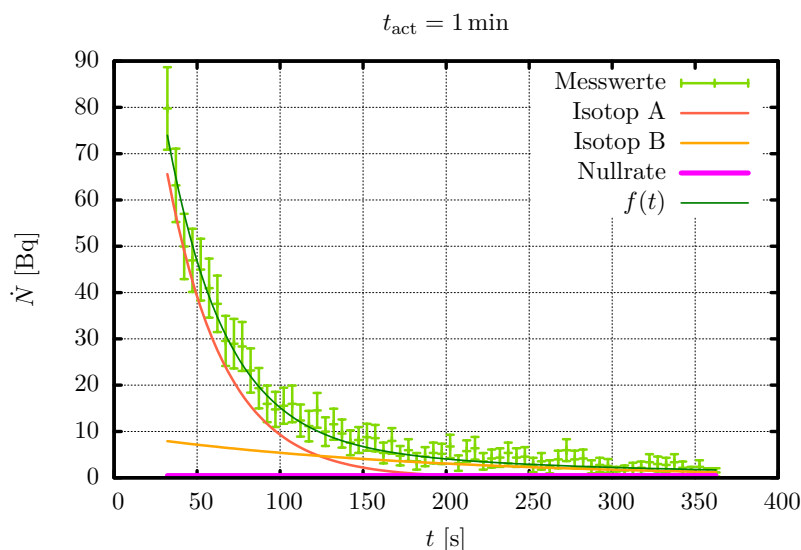


Abbildung 6: Auftragung der Zerfallsrate \dot{N} gegen die verstrichene Zeit t . Es handelt sich dabei um die Summe der Zerfallskurven von $^{110}_{47}\text{Ag}$ und $^{108}_{47}\text{Ag}$. Die grüne Kurve ist so optimiert, dass das χ^2 aller Messreihen minimal ist.

Die Messwerte und deren optimierte Abklingkurven sind in den Abbildungen 6 bis 9 dargestellt. Eine Übersicht über die angepassten Parameter bietet Tab. 1.

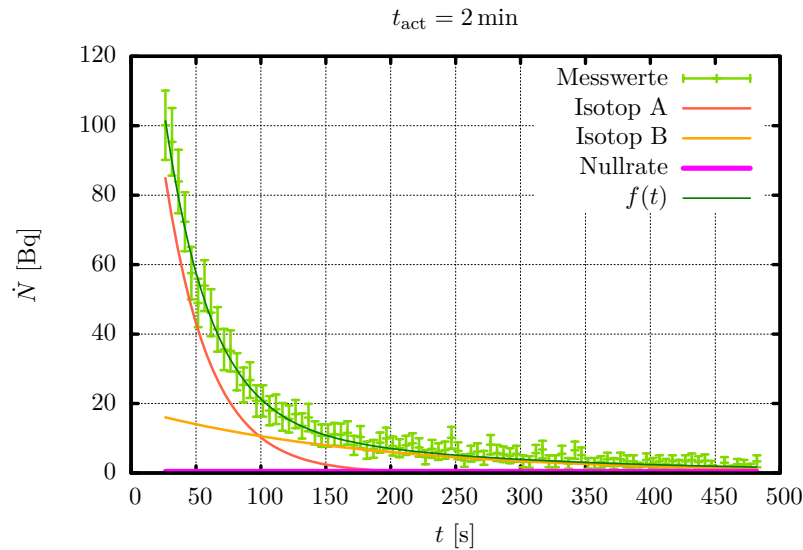


Abbildung 7: Auftragung der Zerfallsrate \dot{N} gegen die verstrichene Zeit t . Es handelt sich dabei um die Summe der Zerfallskurven von $^{110}_{47}\text{Ag}$ (Isotop A) und $^{108}_{47}\text{Ag}$ (Isotop B). Die grüne Kurve ist so optimiert, dass das χ^2 aller Messreihen minimal ist.

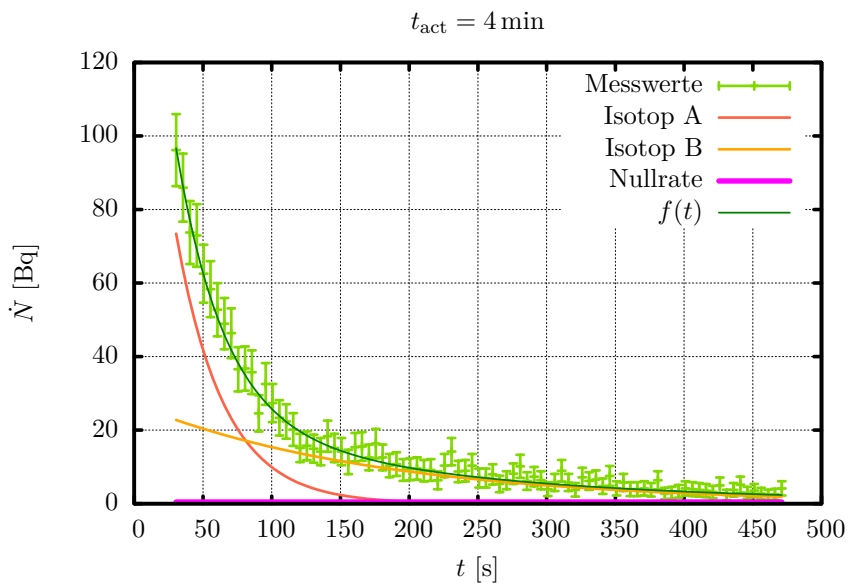


Abbildung 8: Auftragung der Zerfallsrate \dot{N} gegen die verstrichene Zeit t . Es handelt sich dabei um die Summe der Zerfallskurven von $^{110}_{47}\text{Ag}$ (Isotop A) und $^{108}_{47}\text{Ag}$ (Isotop B). Die grüne Kurve ist so optimiert, dass das χ^2 aller Messreihen minimal ist.

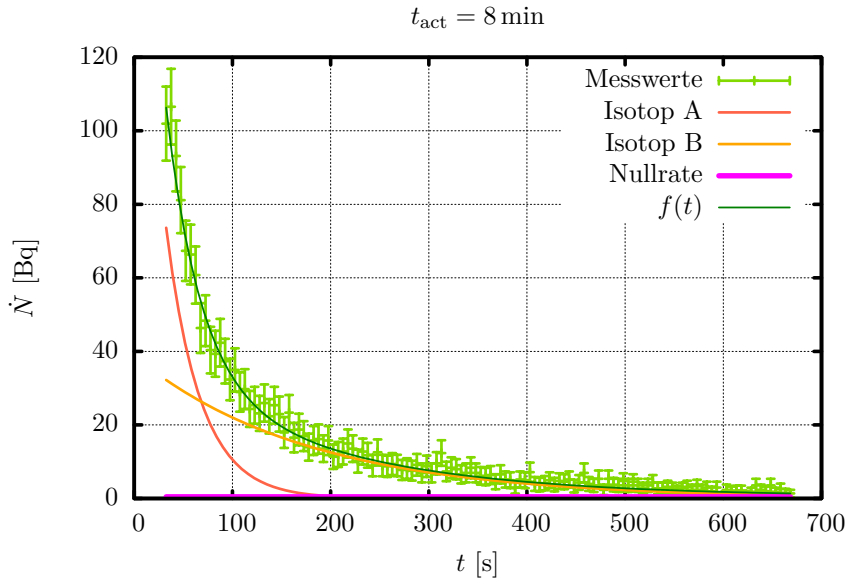


Abbildung 9: Auftragung der Zerfallsrate \dot{N} gegen die verstrichene Zeit t . Es handelt sich dabei um die Summe der Zerfallskurven von $^{110}_{47}\text{Ag}$ (Isotop A) und $^{108}_{47}\text{Ag}$ (Isotop B). Die grüne Kurve ist so optimiert, dass das χ^2 aller Messreihen minimal ist.

	Parameter	Wert mit Fehler
Nullrate	\dot{N}^0	$(0.69 \pm 0.15) \text{ Bq}$
Isotop A	$\dot{N}_{A,0}^1$	$(170 \pm 40) \text{ Bq}$
	$\dot{N}_{A,0}^2$	$(180 \pm 40) \text{ Bq}$
	$\dot{N}_{A,0}^4$	$(170 \pm 40) \text{ Bq}$
	$\dot{N}_{A,0}^8$	$(180 \pm 50) \text{ Bq}$
	T_A	$(24 \pm 4) \text{ s}$
Isotop B	$\dot{N}_{B,0}^1$	$(9 \pm 4) \text{ Bq}$
	$\dot{N}_{B,0}^2$	$(19 \pm 6) \text{ Bq}$
	$\dot{N}_{B,0}^4$	$(28 \pm 7) \text{ Bq}$
	$\dot{N}_{B,0}^8$	$(40 \pm 11) \text{ Bq}$
	T_B	$(123 \pm 18) \text{ s}$

Tabelle 1: Übersicht über die gefitteten Parameter. Die angegebenen Fehler zu den Parametern wurden dadurch abgeschätzt, dass der entsprechende Parameter so lange variiert wurde, bis sich der Wert von χ^2 um 1 erhöht hat.

Für das reduzierte χ^2 gibt `gnuplot` den folgenden Wert aus:

$$\chi_{\text{red}}^2 = 0.073 \quad (12)$$

4.5 Aktivierungskurven

Die in Tab. 1 aufgetragenen Werte für die Anfangsaktivierungen werden gegen die jeweilige Aktivierungszeit aufgetragen. Danach wird mit `gnuplot` der Wert für \dot{N}^∞ berechnet, in dem Gl. 5 an die Daten gefittet wird. Die Ergebnisse sind im jeweiligen Diagramm eingetragen.

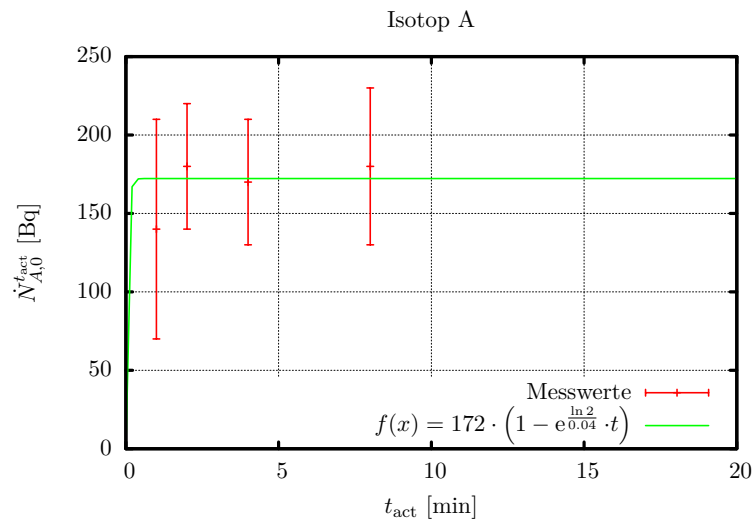


Abbildung 10: Auftragung der Zerfallsrate N gegen die verstrichene Zeit t . Es handelt sich dabei um die Summe der Zerfallskurven von $^{110}_{47}\text{Ag}$ und $^{108}_{47}\text{Ag}$. Die grüne Kurve ist so optimiert, dass das χ^2 aller Messreihen minimal ist.

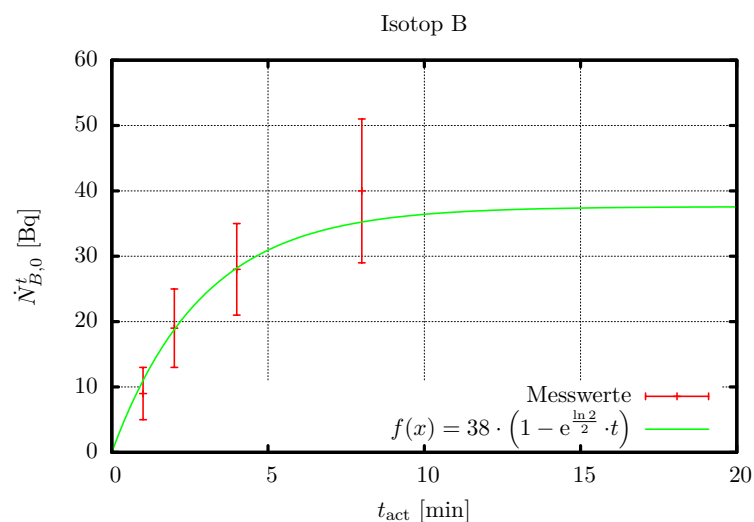


Abbildung 11: Auftragung der Zerfallsrate N gegen die verstrichene Zeit t . Es handelt sich dabei um die Summe der Zerfallskurven von $^{110}_{47}\text{Ag}$ und $^{108}_{47}\text{Ag}$. Die grüne Kurve ist so optimiert, dass das χ^2 aller Messreihen minimal ist.

Für das reduzierte χ^2 gibt `gnuplot` den folgenden Wert aus:

$$\chi_{\text{red}}^2 = 0.12 \quad (13)$$

5 Diskussion

5.1 Bestimmung der Nullrate

Es war an dieser Stelle nicht eindeutig, was zu tun ist. Wenn man die Fehler wie angegeben durch \sqrt{N} abschätzt, lässt sich kein gewichteter Mittelwert berechnen, da man für $N = 0$ einen Fehler $\sigma_0 = 0$ erhält und durch Null teilen würde. Um schließlich dennoch einen Wert für das gewichtete Mittel berechnen zu können, wurden die Fehler für $N = 0$ auf 0.5 gesetzt. Aber wie **Kenneth J. Mighell** in einem Artikel im **THE ASTROPHYSICAL JOURNAL** gezeigt hat, ist auch eine solche Lösung nicht ideal, da der wahre Mittelwert, wenn er mit der Standardformel der Poisson-Verteilung berechnet wird, um etwa 1 zu klein abgeschätzt wird, wenn dieser selbst etwa kleiner als 3 ist.² Insofern ist es auch gut möglich, dass die wahre Nullrate sich im Bereich von $\dot{N}^0 \approx 1.6$ Bq bewegen.

5.2 Abklingkurven

Die Anpassung der Parameter von Funktion 10 an die gemessenen Daten hat gut funktioniert und brauchbare Ergebnisse geliefert. Besonders interessant sind hier die Halbwertszeiten der beiden Silberisotope:

Isotop	Messwert	Literaturwert
${}^{110}_{47}\text{Ag}$	(24 ± 4) s	24.6 s
${}^{108}_{47}\text{Ag}$	(123 ± 18) s	143 s

Für das kurzlebige Isotop beträgt die Abweichung weniger als 3%, für das langlebige etwa 14%. Während also der Messwert für das kurzlebige Isotop sehr gut ist, ist die Abweichung beim langlebigen schon sehr groß. Das könnte daran liegen, dass die Anfangsaktivitäten des langlebigen Isotops generell deutlich niedriger sind und somit stärker von der Nullrate geprägt werden. Da es hier nicht ganz einfach war, einen richtigen Wert zu finden (s.o.), könnte sich ein möglicher Fehler bei der Bestimmung der Nullrate auch auf diesen Teil der Auswertung auswirken.

Der für das reduzierte χ^2 angegebene Wert ist in unserem Fall sehr klein, obwohl er im Idealfall etwa 1 sein sollte. Das passiert offenbar vor allem dann, wenn die y -Werte skaliert wurden.³ Da wir dies auch getan haben, ist das wohl auch die Ursache. Es wird vorgeschlagen, stattdessen einen allgemeingültigeren R -Wert zu betrachten, aber dies lässt sich mit den Möglichkeiten von **gnuplot** nicht umsetzen.

Eine weitere in diesem Versuch möglicherweise auftretende aber bisher nicht beachtete Fehlerquelle ist die *Totzeit* des Zählrohrs. Diese bewirkt, dass das Zählrohr zwei schnell nacheinander eintreffende Strahlen unter Umständen nicht auflösen kann, sodass die gemessene Zählrate unter Umständen zu klein ist. Vermutlich ist der damit verbundene Fehler aber relativ klein, da die Totzeit deutlich kleiner als die Ereignisfrequenz sein sollte (Beim Röntgenstrahlungsversuch bewegte sich die Totzeit im Bereich von 100 μ s).

²<http://iopscience.iop.org/0004-637X/518/1/380/fulltext/> Artikel aus: **THE ASTROPHYSICAL JOURNAL**, 518:380–393, 10. juni 1999. Zugriff: 18.03.2014

³http://qhwiki.originlab.com/originla/howto/index.php?title=QuickHelp:Why_is_my_Reduced_Chi-Sqr_value_very_different_from_1, Aufruf: 18.03.2014

5.3 Aktivierungskurve

Die Aktivierungskurven für die beiden Isotope sind in den Abb. 10 und 11 dargestellt. Während im zweiten Fall die berechneten Werte für die Anfangsaktivitäten sehr gut den erwarteten Verlauf zeigen, ist dies für das kurzlebige Isotop nicht der Fall. Der Grund dafür dürfte darin liegen, dass wir die Messung i.d.R. erst etwa 30 Sekunden nach Ende der Aktivierung beginnen konnten. Das Isotop hat jedoch nur eine Halbwertszeit von $T_A \approx 24.6$ s, sodass wir hier für die interessante Phase kaum Messwerte haben. Dadurch sind die Fehler für die berechneten Anfangsaktivitäten sehr hoch und somit diese Werte sehr ungenau.

Der angegebene Wert für das reduzierte χ^2 ist auch in diesem Versuchsteil aus den oben genannten Gründen wenig aussagekräftig.

Literatur

- [Dem04] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 4*. Springer Spektrum, 2 edition, 2004.
- [Gia10] Douglas C. Giancoli. *Physik Lehr- und Übungsbuch*. Pearson Deutschland GmbH, Martin-Kollar-Straße 10-12, 81829 München, 2010.
- [Hal03] David Halliday. *Physik*. WILEY-VCH, 2003.
- [L'A03] Michael F. L'Annunziata. *Handbook of Radioactivity Analysis*. Academic Press, 525 B Street, Suite 1900, San Diego, California, USA, 2003.
- [Lau11] Horst Lautenschlager. *Physik 3: Quanten, Kerne und Atome*. Stark Verlagsgesellschaft, 2011.