



VERSUCH 4

KREISELPRÄZSSION

Praktikant:

Alexander Osterkorn

E-Mail:

a.osterkorn@stud.uni-goettingen.de

Mitarbeiter:

Tobias Wegener

Tutor:

Marten Düvel

Gruppe:

3

Durchgeführt am:

22.4.2013

Protokoll abgegeben:

6.5.2013

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Kreisel	2
2.2	Trägheitsmomente, physikalisches Pendel	2
2.3	Präzession	3
2.4	Nutation	3
3	Durchführung	4
4	Auswertung	6
4.1	Vermessung der Versuchsutensilien	6
4.2	Trägheitsmomente aus Theorie	6
4.3	Trägheitsmoment aus phys. Pendel	7
4.4	Kreiselpräzession	9
4.5	Kreisel nutation	11
5	Diskussion	12

1 Einleitung

Im Rahmen dieses Versuches wird auf verschiedene Weisen das Trägheitsmoment eines physikalischen Kreisels bestimmt. Dabei werden mehrere Effekte der Kreiseldynamik ausgenutzt, namentlich die Präzession des schweren Kreisels und die Nutation.

2 Theorie

2.1 Kreisel

Unter einem Kreisel wird in der Physik allgemein ein starrer (d.h. nicht deformierbarer) Körper verstanden, der um eine Achse rotiert, die dabei nicht zwingend raumfest bleibt.

Ein Kreisel heißt *kräftefrei* (oder besser *drehmomentfrei*), wenn kein resultierendes Drehmoment auf den Körper wirkt.

Wirkt ein solches, heißt er *schwer*. Nur schwere Kreisel können Präzession zeigen. Nutation kann sowohl bei drehmomentfreien, als auch bei schweren Kreiseln auftreten.

2.2 Trägheitsmomente, physikalisches Pendel

Das Trägheitsmoment eines Körpers mit Gesamtmasse M quantifiziert den Widerstand, den ein Körper gegenüber Veränderungen seiner Rotationsbewegung leistet. Es ist definiert als

$$J = \int_V r^2 dm \quad (1)$$

wobei r der Abstand des Massenelementes dm von der Rotationsachse ist (siehe [Dem13], S.132). Die Beziehung zwischen skalarem Drehimpuls L und Rotationsfrequenz ω bei fester Achse lautet $L = J\omega$ (ebd.). Kennt man das Trägheitsmoment J_{CM} für die Rotation um eine Achse durch den Schwerpunkt und möchte man dieses für eine Achse A wissen, die parallel dazu im Abstand a verläuft, so wendet man den Satz von Steiner an (ebd.):

$$J_A = J_{\text{CM}} + a^2 M \quad (2)$$

Ein physikalisches Pendel wiederum ist ein starrer Körper (mit Masse M und Trägheitsmoment J), der um eine Achse rotieren kann, die im Abstand d vom Schwerpunkt verläuft. Wird das Pendel um diese Achse ausgelenkt, kommt es zu einer Schwingung mit folgender Schwingungsdauer ([Tip07], S. 444):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{Mgd}} \quad (3)$$

2.3 Präzession

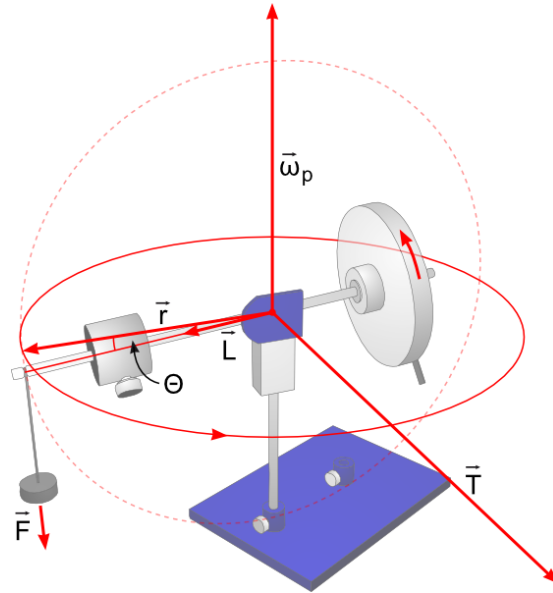


Abbildung 1: Schema der Präzessionsbewegung (von [LP1])

Abbildung 1 zeigt das Prinzip einer Präzessionsbewegung. Ohne das Zusatzgewicht am linken Ende der Stange ist der Kreisel (bestehend aus Ausgleichsgewicht, Rad und der Stange selbst) drehmomentfrei gelagert.

Wird das Zusatzgewicht m befestigt, wirkt durch die Schwerkraft \vec{F} ein konstantes Drehmoment $\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$ auf den Kreisel. Rotiert der Kreisel nun mit der Rotationsfrequenz ω_R um die Mittelachse, bekommt er in dieser Richtung einen Drehimpuls $\vec{L} = J\omega_R$ (s.o.), wobei J das (Haupt-)trägheitsmoment für die Rotation um die Mittelachse ist. Weiter gilt $\vec{T} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ (z.B. [Dem13], S.61). Im Aufbau nach Abb. 1 gilt $\vec{T} \perp \vec{L}$, womit \vec{T} nur die Richtung von \vec{L} ändern kann und nicht den Betrag. Damit “wandert” der Drehimpulsvektor und damit auch die Rotationsachse mit der Präzessionsgeschwindigkeit ω_P in einer Ebene im Kreis. Dieser Vorgang ist die Präzession. Quantitativ erhält man folgende Formel ([Dem13], S.146f):

$$\omega_P = \frac{r m g}{J \omega_R} \quad (4)$$

2.4 Nutation

Unter Nutation versteht man eine Bewegung der (momentanen) Drehachse $\vec{\omega}_R$ und der Figurenachse (hier eine Symmetrieachse) um die Drehimpulsachse eines Kreisels. Handelt es sich um einen drehmomentfreien Kreisel, so bleibt die Drehimpulsachse räumlich unbewegt. Eine stabile Rotation eines starren Körpers

kann nur um die Achse mit kleinstem oder größtem Trägheitsmoment erfolgen (z.B. [Dem13], S.142). Stimmen beide nicht mit der Richtung des Drehimpulsvektors überein, kommt es zu einer “eiernden” Bewegung, wobei sich die Figurenachse auf einer Kegeloberfläche (dem s.g. Nutationskegel) um die Drehimpulsachse bewegt. Die momentane Drehachse bewegt sich mit der Nutationsfrequenz ω_N auf einer Kegeloberfläche und befindet sich stets in der Ebene, in der auch Drehimpuls- und Figurenachse liegen. Im durchzuführenden Versuch wird diese Abweichung von der Rotation um eine Hauptträgheitsachse durch einen leichten Stoß auf die Drehachse erreicht.

Die Nutationsfrequenz ω_N für den in Abb. 1 skizzierten symmetrischen Kreisel lässt sich auch noch weiter quantifizieren. Für einen solchen leichten Stoß (d.h., dass die Drehimpulsachse sich in Richtung und Betrag nicht wesentlich verändert hat), gilt ungefähr (nach [LP2]):

$$\frac{\omega_N}{\omega_R} = \frac{I_H}{I_V} \quad (5)$$

wobei I_H das horizontale und I_V das vertikale Trägheitsmoment darstellen.

3 Durchführung

Der Versuch besteht aus vier Abschnitten. Im ersten Abschnitt wird unter Verwendung eines physikalischen Pendels das horizontale Trägheitsmoment bei der Rotation des Rades gemessen.

Abbildung 2 zeigt den Aufbau. Das kleine Zusatzgewicht, dessen Masse zunächst

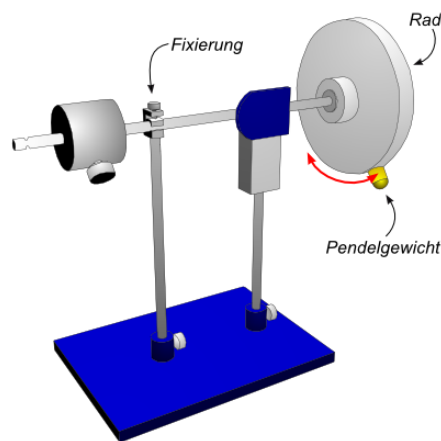


Abbildung 2: Kreisel als physikalisches Pendel (von [LP1])

bestimmt wird, wird am Rad befestigt. Das Rad wird ausgelenkt und führt eine Schwingungsbewegung aus. Dann wird mehrfach mit einer Stoppuhr die Zeit für zehn Schwingungsperioden gemessen.

Die zweite verwendete Methode ist die Ermittlung des Trägheitsmomentes auf Grundlage von Formeln für Trägheitsmomente der einzelnen Kreisel-Bausteine. Dazu gemessen werden die Massen von Rad und Ausgleichsgewicht, der Durchmesser und die Dicke des Rades, die Länge des mittleren Stabes, der Abstand vom Radmittelpunkt zum Unterstützungspunkt, der Abstand vom Ausgleichsgewicht zum Unterstützungspunkt und die Höhe und der Radius des Ausgleichsgewichtes.

Die Messungen werden mit Lineal und Waage durchgeführt. Dabei sind einige Messgrößen bereits als Herstellerangaben vorhanden.

Im dritten Abschnitt des Versuches wird der Effekt der Präzession untersucht. Abb. 3 zeigt das Prinzip. Der Kreisel wird, zunächst ohne das Zusatzgewicht,

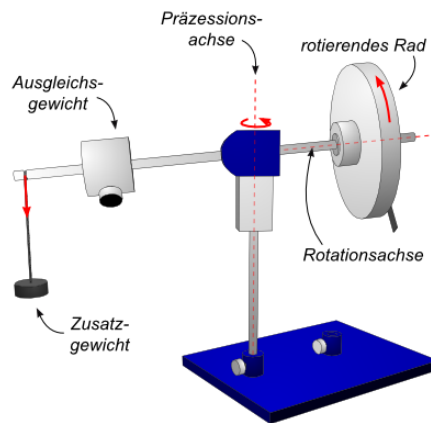


Abbildung 3: Durchführung des Präzessionsversuches (von [LP1])

durch entsprechende Anbringung des Ausgleichsgewichtes in eine horizontale Gleichgewichtslage gebracht. Zum Messen der Umlaufzeit des Rades wird eine Lichtschranke verwendet.

Die Lichtschranke wird ausgelöst, wenn ein Lichtstrahl unterbrochen wird, der zwischen den Armen einer U-förmigen Gabel verläuft. Eine Digitalanzeige zeigt die verstrichene Zeit auf drei Dezimalstellen genau an. Am Rand des Kreiselrades ist ein Klebestreifen befestigt, der die Lichtschranke auslösen kann.

Nun wird das Rad durch Ziehen an einem aufgewickelten Faden in schnelle Rotation versetzt. Dann wird die Rotationsgeschwindigkeit des Rades mit der Lichtschranke gemessen. Anschließend wird ein Zusatzgewicht mit bekannter Masse an die Kreiselachse (siehe Skizze) gehängt, wodurch der Kreisel eine Präzessionsbewegung beginnt. Nun wird die Zeit für einen halben Präzessionsumlauf mit einer Stoppuhr gemessen. Nach einem halben Umlauf wird der Kreisel mit der Hand in horizontaler Lage festgehalten, um die Gravitationskraft auszugleichen. Es wird wieder die Umlaufzeit des Rades mit der Lichtschranke gemessen, danach der Kreisel losgelassen, so dass er weiterpräzidiert. Dieses Verfahren wird für vier halbe Präzessionsumläufe durchgeführt.

Der gesamte Messvorgang wird für fünf verschiedene Zusatzgewichte wiederholt. Der letzte Abschnitt des Versuches beschäftigt sich mit der Nutation. Das Zusatzgewicht aus dem dritten Abschnitt wird entfernt, so dass der Kreisel drehmomentfrei ist. Nun wird der Kreisel wieder in schnelle Rotation versetzt. Durch einen Schlag auf die Mittelachse stellt sich eine Nutationsbewegung ein, bei der der Mittelpunkt des Rades eine kreisförmige Bewegung durchführt. Die Zeit für zehn solche Umläufe wird mit einer Stoppuhr bestimmt und jeweils zu Beginn und Ende der Stoppuhr-Messung die Rotationsfrequenz des Rades mit der Lichtschranke gemessen.

4 Auswertung

4.1 Vermessung der Versuchsutensilien

Größe	Bezeichnung	Wert	Fehler
Masse Rad	m_R	1.32 kg	-
Masse Ausgleichsgewicht	m_A	0.938 kg	-
Masse Zusatzgewicht	m_Z	0.12 kg	-
Durchmesser Rad	d_R	24.5 cm	-
Dicke Rad	h_R	2.8 cm	-
Stablänge	l	40 cm	0.2 cm
Abstand Rad - Unterstützungspunkt	l_R	11.7 cm	0.2 cm
Abstand Ausgleichsgewicht - U.punkt	l_A	16.5 cm	0.2 cm
Höhe Ausgleichsgewicht	h_A	4.3 cm	0.2 cm
Radius Ausgleichsgewicht	r_A	3.0 cm	0.2 cm

Tabelle 1: Längen und Massen

Tabelle 1 führt alle Längen und Massen auf, die für die weitere Auswertung benötigt werden. Die Größen ohne Fehlerangabe sind Herstellerangaben, deren Fehler für die weiteren Berechnungen als vernachlässigbar angenommen wird. Die Längenmessungen werden mit einem Lineal mit kleinstem Skalenteil 1 mm durchgeführt. Wegen der zusätzlichen Anlegegenauigkeit sei der begangene Fehler jeweils mit 0.2 cm abgeschätzt. Der Wert l_R wird über das Hebelgesetz $l_R = \frac{m_A}{m_R} l_A$ (z.B. [Dem13], S. 131) mit Fehlerfortpflanzung $\sigma_{l_R} = \frac{m_A}{m_R} \sigma_{l_A}$ berechnet.

4.2 Trägheitsmomente aus Theorie

Es wird für die Berechnung angenommen, dass es sich sowohl beim Ausgleichsgewicht als auch beim Rad um Zylinder handelt. Das Trägheitsmoment eines Zy-

linders, der um seine Mittelachse rotiert, berechnet sich zu $\frac{1}{2}MR^2$ (siehe [Stö00], S. 78). Damit ergibt sich für das horizontale Trägheitsmoment

$$J_R^{\text{hor}} = \frac{1}{2}m_R \left(\frac{d_R}{2} \right)^2 = 0.0099 \text{ kg m}^2$$

Beim vertikalen Trägheitsmoment ist nicht nur das Rad sondern auch Ausgleichsgewicht und Stange zu beachten. Ein Zylinder mit Radius R und Höhe H , der um eine Achse senkrecht zu seiner Mittelachse durch den Schwerpunkt rotiert, hat das Trägheitsmoment $\frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}MH^2$ (ebd.). Der Versuchsaufbau lässt weiter nicht zu, die Masse der Verbindungsstange zu ermitteln, deren Trägheitsmoment allerdings zu groß zum Vernachlässigen ist. Deshalb sei die Masse des Stabes großzügig zu $m_S = (400 \pm 200)\text{g}$ abgeschätzt. Das Trägheitsmoment eines langen Stabes bei Rotation um die Querachse durch den Schwerpunkt ist $\frac{1}{12}ML^2$ (ebd.). Da die Rotation nicht durch die jeweiligen Schwerpunkte von Rad, Stab und Ausgleichsgewicht erfolgt, muss noch der Satz von Steiner verwendet werden (siehe Theorie). Es ergibt sich:

$$J^{\text{ver}} = \frac{1}{4}m_R \left(\frac{d_R}{2} \right)^2 + \frac{1}{12}m_R h_R^2 + m_R l_R^2 + \frac{1}{4}m_A r_A^2 + \frac{1}{12}m_A h_A^2 + m_A l_A^2 + \frac{1}{12}m_S l^2 + m_S \left(\frac{l}{2} - l_R \right)^2$$

und die zugehörige Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_J^2 = \sigma_{l_R}^2 \left(2m_R l_R - 2m_S \left(\frac{l}{2} - l_R \right) \right)^2 + \sigma_{l_A}^2 (2m_A l_A)^2 + \sigma_{h_A}^2 \left(\frac{1}{6}m_A h_A \right)^2 + \sigma_{r_A}^2 \left(\frac{1}{2}m_A r_A \right)^2 + \sigma_l^2 \left(\frac{1}{6}m_S l + m_S \left(\frac{l}{2} - l_R \right) \right)^2 + \sigma_{m_S}^2 \left(\frac{1}{12}l^2 + \left(\frac{l}{2} - l_R \right)^2 \right)^2$$

Dann ist der Endwert

$$J^{\text{ver}} = (0.057 \pm 0.004) \text{ kg m}^2$$

4.3 Trägheitsmoment aus phys. Pendel

Das Trägheitsmoment des Rades als physikalisches Pendel lässt sich mit Formel 3 berechnen. Im vorliegenden Aufbau bedeutet das:

$$J_R^{\text{hor}} = \frac{T^2 g z^* (m_R + m_Z)}{4\pi^2} - m_Z z^2$$

T ist die Periodendauer einer Schwingung, z^* der Abstand des Schwerpunktes von Rad und Zusatzgewicht zur Drehachse, g der Ortsfaktor 9.81 m s^{-2} und z der

Abstand vom Mittelpunkt der Zusatzmasse zur Drehachse.

Die Zusatzmasse wird rechnerisch als Punktmasse betrachtet, deren Schwerpunkt einen gemessenen Abstand von ca. $z = (13.8 \pm 0.2)\text{cm}$ vom Radmittelpunkt (der Drehachse) hat. Das Trägheitsmoment der Zusatzmasse $m_Z z^2$ gehört nicht zum Rad und wird deshalb in der Formel abgezogen.

z^* lässt sich über die Schwerpunktsformel (nach [Dem13], S. 102) berechnen, also $z^* = \frac{m_Z}{m_R + m_Z} z = (0.0115 \pm 0.0002)\text{m}$ mit Fehlerfortpflanzung $\sigma_{z^*} = \frac{m_Z}{m_R + m_Z} \sigma_z$.

Es wurden sechs Messungen für die Periodendauer durchgeführt und darüber der Mittelwert \bar{T} und statistische Fehler $\sigma_{\bar{T}}$ unter Einbeziehung der Student-t-Verteilung für 1- σ gebildet. Der systematische Fehler der Messung mit einer Stoppuhr wird mit $\Delta x_{\text{sys}} = 0.01 + 0.005 \cdot \bar{T}$ abgeschätzt. Insgesamt ergibt sich dann:

$$T = (1.67 \pm 0.03)\text{s}$$

Die Fehlerfortpflanzung zu oben stehender Formel lautet

$$\sigma_J^2 = \sigma_T^2 \left(\frac{2Tgz^*(m_Z + m_R)}{4\pi^2} \right)^2 + \sigma_z^2 (2m_Z z) + \sigma_{z^*}^2 \left(\frac{T^2 g (m_Z + m_R)}{4\pi^2} \right)^2.$$

$$J_R^{\text{hor}} = (0.0092 \pm 0.0006)\text{kg m}^2$$

4.4 Kreiselpräzession

Es wurden Messungen mit 40 g, 60 g, 80 g, 90 g und 100 g durchgeführt. Um die aktuelle Rotationsfrequenz ω_R während eines halben Präzessionsumlaufs abzuschätzen, wird der Mittelwert T_R der Messung der Rad-Umlaufzeiten zu Beginn und Ende des Umlaufs gebildet.

Daraus lässt sich via $\omega_R = \frac{2\pi}{T_R}$ (z.B. [Dem13], S. 327) mit Fehlerfortpflanzung $\sigma_{\omega_R} = \sigma_{T_R} \frac{2\pi}{T_R^2}$ die Rotationsfrequenz berechnen.

Der Messfehler für eine T -Messung mit der Lichtschranke wird analog zur Stoppuhr abgeschätzt durch $\sigma_T = (0.001 + 0.005 \cdot T)$ s.

Die Bestimmung der Präzessionsfrequenz verläuft genauso. Aus der gemessenen halben Umlaufzeit $0.5 \cdot T_P$ lässt sich die Präzessionsfrequenz $\omega_P = \frac{2\pi}{T_P}$ (ebd.) mit zugehöriger Fehlerfortpflanzung $\sigma_{\omega_P} = \sigma_{T_P} \frac{2\pi}{T_P^2}$ berechnen. Der Fehler der Messung mit der Stoppuhr wird wieder durch die übliche "Stoppuhr-Formel" abgeschätzt plus einen geschätzten "menschlichen Faktor" (Reaktionszeit etc.) von 0.2s.

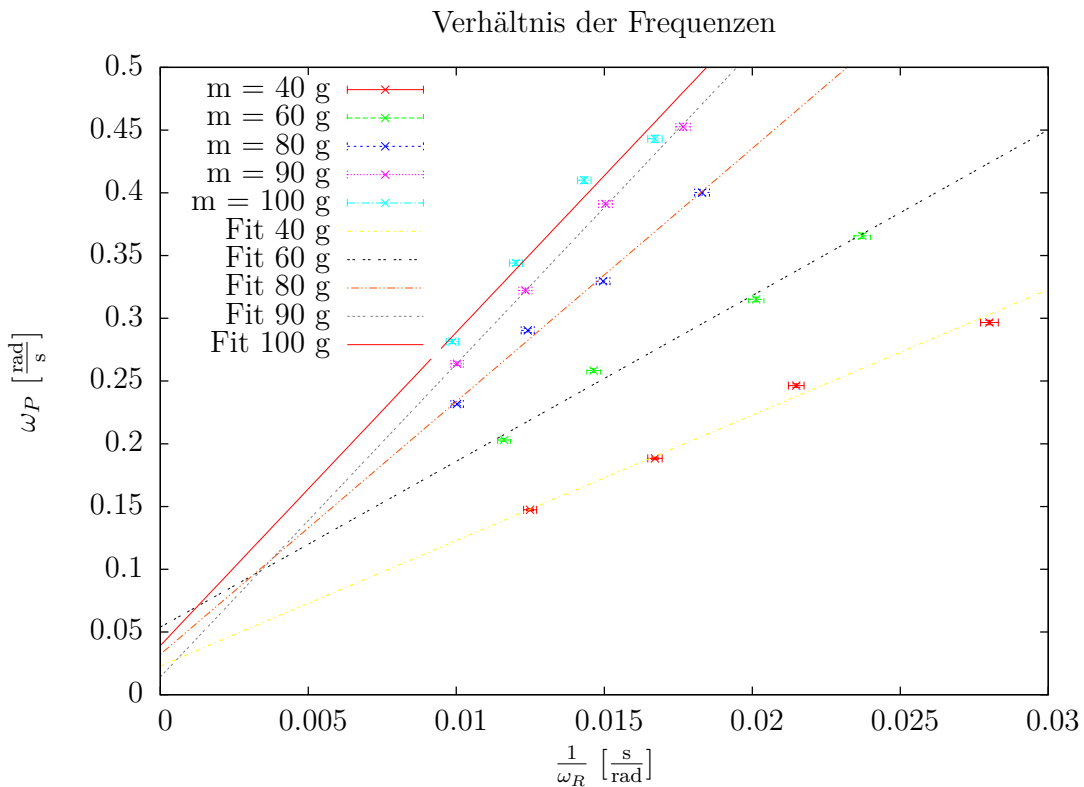


Abbildung 4: Rotations- und Präzessionsfrequenz

Diagramm 4 zeigt ω_P gegen $\frac{1}{\omega_R}$ aufgetragen. Die Steigung einer Geraden in diesem Diagramm ist deshalb genau ein Wert $\omega_P \omega_R$. Durch einen linearen Gnuplot-

Fit wurden folgende Steigungen für die Geraden im Diagramm bestimmt (inkl. des von Gnuplot bestimmten Fehlers für diesen Wert):

Masse [g]	$\omega_P\omega_R$ [1]	Fehler σ_ω [1]
40	10.0	0.6
60	13.0	1.0
80	20.2	1.0
90	24.9	0.3
100	25.0	3.0

Tabelle 2: Regressionswerte für $\omega_P\omega_R$

Mit der im Theorieteil angegebenen Formel 4 berechnet sich aus diesen Werten das Trägheitsmoment zu

$$J = \frac{rmg}{\omega_P\omega_R}$$

wobei hier $r = l - l_R = (0.283 \pm 0.003)\text{m}$ mit $\sigma_r^2 = \sigma_l^2 + \sigma_{l_R}^2$ der Abstand von Zusatzgewicht zu Unterstützungspunkt ist. Die zugehörige Fehlerfortpflanzung lautet:

$$\sigma_J^2 = \sigma_r^2 \left(\frac{mg}{\omega_P\omega_R} \right)^2 + \sigma_\omega^2 \left(\frac{rmg}{(\omega_P\omega_R)^2} \right)^2$$

Tabelle 3 zeigt die Ergebnisse dieser Rechnung. Aus den fünf Messwerten lässt sich dann ein gewichteter Mittelwert bilden, so dass das Endergebnis dieses Abschnittes ist:

$$J_R^{\text{hor}} = (0.0103 \pm 0.0002)\text{kg m}^2$$

Masse [g]	J [kg m^{-2}]	Fehler σ_J [kg m^{-2}]	$\frac{\sigma_J}{J}$ [%]
40	0.0111	0.0007	6.3
60	0.013	0.001	7.7
80	0.011	0.0007	6.4
90	0.01	0.0002	2.0
100	0.011	0.001	9.1

Tabelle 3: Berechnete Trägheitsmomente aus Kreiselpräzession

4.5 Kreiselnutatation

Für die Ermittlung der Rotationsfrequenz wurde eine Messung der Umlaufzeit T_R mit der Lichtschranke jeweils vor und nach einer Nutationsmessung durchgeführt und zur weiteren Rechnung der Mittelwert aus diesen beiden Werten verwendet. Der Fehler einer Messung mit der Lichtschranke wird wieder durch $\Delta T_R = (0.001 + 0.005 \cdot \bar{T}_R)$ s abgeschätzt. Der Fehler der Stoppuhrmessung bei der Nutationsperiode wird als $\Delta T_N = (0.01 + 0.005 \cdot T_N + 0.2)$ s angenommen (siehe Abschnitt "Kreiselpräzession". Die zu den jeweiligen Periodendauern gehörigen Frequenzen ergeben sich wieder zu $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (z.B. [Dem13], S. 327) mit $\sigma_\omega = \sigma_T \frac{2\pi}{T^2}$ (s.o.).

ω_R [rad s ⁻¹]	σ_{ω_R} [rad s ⁻¹]	ω_N [rad s ⁻¹]	σ_{ω_N} [rad s ⁻¹]
80.0	1.0	11.2	0.9
61.6	0.9	9.1	0.6
51.9	0.7	7.1	0.4
83.0	2.0	13.0	1.0
64.0	1.0	9.7	0.7
48.5	0.7	7.6	0.4
90.0	2.0	13.0	1.0
70.0	1.0	10.8	0.8
53.7	0.8	8.0	0.5
78.0	1.0	12.0	1.0
59.3	0.9	9.0	0.6
46.0	0.6	7.0	0.4

Tabelle 4: Rotations- und Nutationsfrequenzen

Abbildung 5 zeigt den Auftrag der Nutations- gegen die Rotationsfrequenz. Ein linearer Fit mit Gnuplot (inkl. des von Gnuplot berechneten Fehlers) liefert für die Steigung der gefitteten Geraden einen Wert von $\frac{\omega_N}{\omega_R} = (0.14 \pm 0.01)$. Die Formel 5 liefert mit $I_H = (0.0103 \pm 0.0002)$ kg m² und $I_V = (0.057 \pm 0.004)$ kg m² einen Wert von $\frac{I_H}{I_V} = (0.18 \pm 0.02)$ und $\sigma^2 = \sigma_{I_H}^2 \left(\frac{1}{I_V}\right)^2 + \sigma_{I_V}^2 \left(\frac{I_H}{I_V^2}\right)^2$.

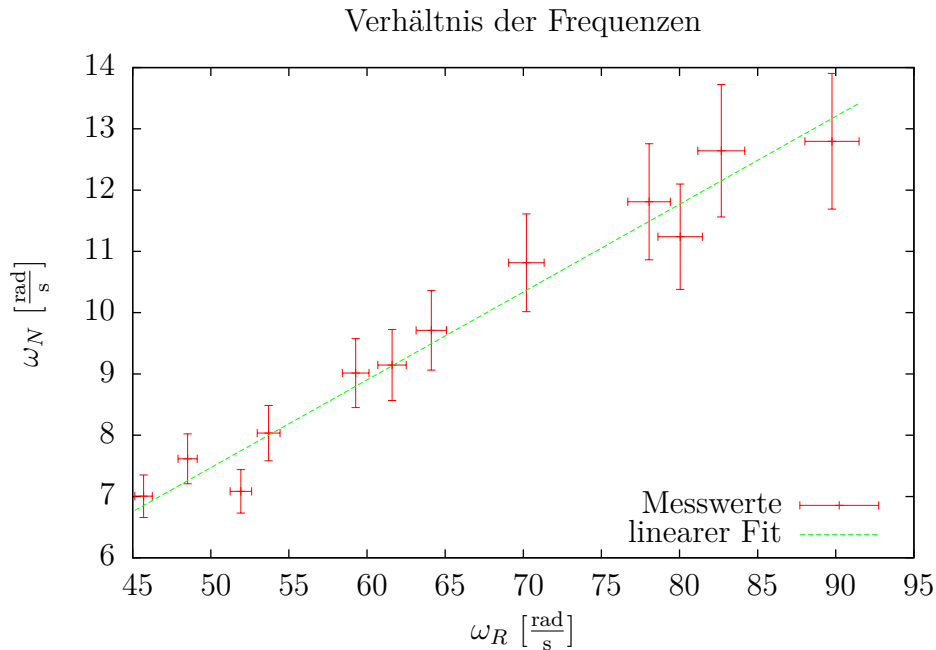


Abbildung 5: Rotations- und Nutationsfrequenz

5 Diskussion

Das horizontale Trägheitsmoment bei der Rotation des Rades wurde auf drei verschiedene Weisen gemessen, die in Tabelle 5 zusammengestellt sind. Die Mes-

Messmethode	J [kg m ⁻²]	Fehler σ_J [kg m ⁻²]	rel. Fehler [%]
Berechnung nach Theorie	0.0099	-	-
Physikalisches Pendel	0.0092	0.0006	6.5
Präzessionsmessung	0.0103	0.0002	1.9

Tabelle 5: Übersicht horizontales Trägheitsmoment

sergebnisse überschneiden sich mit dem angegebenen Fehler in ihrer jeweiligen 2- σ -Umgebung und enthalten auch den nach der Theorie berechneten Wert 0.0099 kg m⁻². Dies deutet darauf hin, dass keine der drei Messmethoden völlig versagt hat und der tatsächliche Wert in der Nähe dieser drei Werte liegt. Dass der erste Wert keine Fehlerangabe hat, ist natürlich nur eine scheinbare Genauigkeit. Bei Errechnung dieses Wertes wird von den Herstellerangaben ausgegangen, von denen sich das Rad durch jahrelange Benutzung sicher etwas entfernt hat, was allerdings wiederum schwer abschätzbar ist.

Dass keiner der Werte einen anderen im eigenen Vertrauensintervall enthält, könnte zumindest ein Anzeichen dafür sein, dass systematische Fehler begangen wurden, die die Ergebnisse der drei Messmethoden voneinander entfernen.

So wurde z.B. bei der Formel für das Trägheitsmoment eines Vollzylinders, die der Berechnung zu Grunde lag, von einer völlig homogenen Massenverteilung ausgegangen, die bei dem Rad wohl nicht gegeben ist. Dies lässt sich allerdings nicht sinnvoll abschätzen.

Der Wert für das physikalische Pendel liegt unterhalb der anderen beiden, weist allerdings einen entsprechend höheren Fehler auf. Auch bei dieser Methode gibt es Abweichungen zwischen den theoretischen Annahmen, denen die Berechnungsformel zu Grund liegt, und der Realität. In der Formel für die Schwingungsdauer wird das Zusatzgewicht als punktförmige Masse betrachtet, das reale Zusatzgewicht ist eher zylinderförmig. Um diesen Effekt ein wenig abzumildern, wurde bei der Berechnung des Abstandes von der Drehachse versucht, den Schwerpunkt des Zusatzgewichtes als Referenzpunkt zu wählen. Allerdings ist auch dieser Einfluss nicht gut abschätzbar, tendenziell aber auch kleiner als andere Messverfälschungen, wie die menschliche Unsicherheit beim Verwenden der Stoppuhr für Zeitmessungen.

Nicht zuletzt basiert die Schwingungsdauer-Formel auch auf einer Kleinwinkelnäherung, so dass schon eine Auslenkung von mehr als 10 Grad (was in der Praxis durchaus vorkommen mag) Abweichungen vom harmonischen Fall mit sich ziehen kann.

Der Messwert aus dem Präzessionsversuch hat einen erstaunlich kleinen Fehler, der sich aus der Bildung des gewichteten Mittelwertes ergibt. Eine mögliche, nicht berücksichtigte Fehlerquelle ist z.B. die Mittelung über die Rotationsfrequenz vor und nach der Messung eines halben Präzessionsumlaufes. Gerade bei kleinen Zusatzgewichten ist die Präzessionsgeschwindigkeit recht klein und die Abnahme der Rotationsfrequenz durch Reibung entsprechend hoch. Dann beschreibt der Mittelwert nur einen kleinen Bereich des Präzessionsumlaufes gut. Dabei handelt es sich allerdings um einen systematischen Fehler, der statistische Fehler ist durch die verhältnismäßig hohe Zahl an Messungen tendenziell eher klein. Eine Verbesserung an dieser Stelle könnte es sein, wenn z.B. statt eines halben Umlaufes ein Viertelumlauf vermessen wird. Zugegebenmaßen würde dies aber auch Probleme bei der praktischen Umsetzung hervorrufen.

Im vierten Abschnitt liegen das rein experimentelle und das mit Formel 5 berechnete Verhältnis vergleichsweise weit auseinander (Abweichung ca. 29%). Der nach der Theorie berechnete Wert enthält den experimentellen in seiner $2\text{-}\sigma$ -Umgebung, das Vertrauensintervall des experimentellen Wertes liegt allerdings noch recht weit entfernt vom Theoriewert. Das könnte darauf hinweisen, dass der Fehler der beiden Trägheitsmomente in Formel 5 zu klein ist. Probleme bei der experimentellen Durchführung liegen vor allem an der praktisch schwierigen Messung eines "Nutationsumlaufes". Ist der Kreis klein, auf dem sich die Radachse bewegt, ist es schwer, einen vollständigen Umlauf mit dem Auge zu erkennen, ist dieser Kreis wiederum groß, so ändert sich auch die Rotationsgeschwindigkeit während der zehn Umläufe recht stark. Zuletzt basiert die Berechnung nach Formel 5 auch auf der Annahme, dass der Schlag auf die Rotationsachse den

Drehimpulsvektor nicht wesentlich verändert. In der realen Versuchsdurchführung muss die Ablenkung von der Rotation um die Figurenachse schon so groß sein, dass sich die Nutation mit dem Auge gut beobachten lässt. Hier könnten also auch Probleme für den Vergleich der beiden Werte entstehen.

Literatur

[Stö00] Stöcker, Horst (Hrsg.). et al. Physik für Ausbildung und Praxis, Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch 2000

[Dem13] Demtröder, Wolfgang. Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme. Springer Verlag 2013

[Tip07] Tipler, Paul A., et al. Physik. Für Wissenschaftler und Ingenieure. Springer Verlag 2007

[LP1] <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3637>, aufgerufen am 5.5.2013

[LP2] <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/2046>, aufgerufen am 5.5.2013