GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN

PHYSIKALISCHES
GRUNDPRAKTIKUM

VERSUCH 6

SPEZIFISCHE WÄRME DER LUFT UND GASTHERMOMETER

Praktikanten:	*E-Mail:*
Alexander Osterkorn	a.osterkorn@stud.uni-goettingen.de
Tobias Wegener	tobias.wegener@stud.uni-goettingen.de

Tutor:	*Gruppe:*
Marten Düvel	3

Durchgeführt am:	*Protokoll abgegeben:*
6.5.2013	13.5.2013

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Dieser Versuch ist in zwei Teile gegliedert und dient zum einen zur Bestimmung des absoluten Temperaturnullpunkt, zum anderen zur Bestimmung der spezifischen Wärmekonstante der Luft. Im ersten Versuchsteil wird die Druck eines Gases in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen, wodurch mit linearer Regression der Temperaturnullpunkt bestimmt werden kann. Im zweiten Versuchsteil wird einem Gasgemisch eine bestimmte Menge Energie zugeführt, und dann die Druckänderung gemessen, wodurch dann die spezifische Wärmekonstante bestimmt werden kann.

2 Theorie

2.1 Temperatur und ideales Gas

Temperatur ist eine fundamentale physikalische Zustandsgröße eines Stoffes. Sie kann als Maß für die mittlere kinetische Energie der Teilchen im Stoff interpretiert werden. Die Temperatur wird in unterschiedlichen Einheiten gemessen. Auf der *Celsius-Skala* wird der Schmelzpunkt von Eis als 0 °C gesetzt und der Siedepunkt von Wasser als 100 °C ([Dem13-1] S.258f). Die absolute Temperaturskala (gemessen in Kelvin) definiert als Nullpunkt den Stoffzustand, an dem die Moleküle keine Bewegungsenergie mehr haben.
Unter einem *idealen Gas* versteht man die Idealisierung eines Gases, das aus masse- und ausdehnungslosen Teilchen besteht, die untereinander nur durch Stöße wechselwirken. Für ein solches ideales Gas gilt die s.g. allgemeine Gasgleichung ([Dem13-1], S.190):

$$pV = nRT \tag{1}$$

Dabei ist p der Druck des Gases, V das Volumen, n die Molzahl, T die absolute Temperatur und $R = 8.31\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ eine Gaskonstante. Für ein ideales Gas bei konstantem Volumen V mit Celsiustemperatur ϑ gilt nach dem *Gesetz von Gay-Lussac* ([Dem13-1] S. 263):

$$p = p_0 \left(1 + \frac{\vartheta}{\gamma}\right) \tag{2}$$

Dabei ist p_0 der Druck bei 0 °C und γ eine experimentell bestimmte Konstante mit $\gamma = 273.15\,°\mathrm{C}$. Diese Konstante entspricht dem Unterschied zwischen dem Nullpunkt der Celsius- und der absoluten Temperaturskala.

2.2 Innere Energie und spezifische Wärme

Die *innere Energie* eines Gases mit Stoffmenge n mol und absoluter Temperatur T ist definiert als

$$U = \frac{1}{2} n f R T \tag{3}$$

f bezeichnet die Zahl der Freiheitsgrade, also die Anzahl an Bewegungsmöglichkeiten für ein Gasmolekül. Beim idealen Gas gilt $f = 3$ wegen der Annahme von punktförmigen Teilchen.

Der *erste Hauptsatz der Thermodynamik für ein ideales Gas* ([Dem13-1], S.288) stellt einen Zusammenhang zwischen der Änderung der inneren Energie $\mathrm{d}U$, der Änderung des Volumens $\mathrm{d}V$ und der zu- oder abgeführten Wärmemenge $\mathrm{d}W$ her:

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q - p\mathrm{d}V \tag{4}$$

Ändert sich das Volumen des Gases bei Wärmezufuhr nicht (isochorer Prozess), so gilt $\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q$.

Ein Zusammenhang zwischen innerer Energie und Temperatur eines idealen Gases bei konstantem Volumen wird durch die Wärmekapazität c_V gegeben (ebd.). Es gilt:

$$\mathrm{d}U = C_V \mathrm{d}T \tag{5}$$

Differenziert man Glg. 3, erhält man $\mathrm{d}U = \frac{f}{2} n R \mathrm{d}T$. Die differentielle Form von Glg. 1 lautet $nR\mathrm{d}T = p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p$.

Mit 3 folgt daraus:

$$\frac{f}{2} = \frac{\mathrm{d}U}{nR\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}Q - p\mathrm{d}V}{p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p} \tag{6}$$

Aus Glgn. 5 und 6 folgt insbesondere für die molare Wärmekapazität ("Molwärme") $c_V = \frac{C_V}{n}$:

$$\frac{f}{2} = \frac{c_V}{R} \Leftrightarrow c_V = \frac{Rf}{2} \tag{7}$$

Speziell für diesen Versuch wird noch die Energie eines Kondensators mit Kapazität C und angelegter Spannung U benötigt. Es gilt ([Dem13-2], S.22):

$$\Delta Q = \frac{1}{2} C U^2 \tag{8}$$

2.3 Manometer

Abb. 1 zeigt den Aufbau des zur Druckmessung verwendeten Manometers. Das von der Gasausdehnng verdrängte Volumen in den Manometerschenkeln ist $\Delta V = \pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$. Aus dieser Gleichheit folgt ein Ausdruck für h_2 und daraus ein Ausdruck für die gesamte Höhendifferenz $\Delta h = h_1 + h_2$.

$$h_2 = h_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow \Delta h = h_1 \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) \tag{9}$$

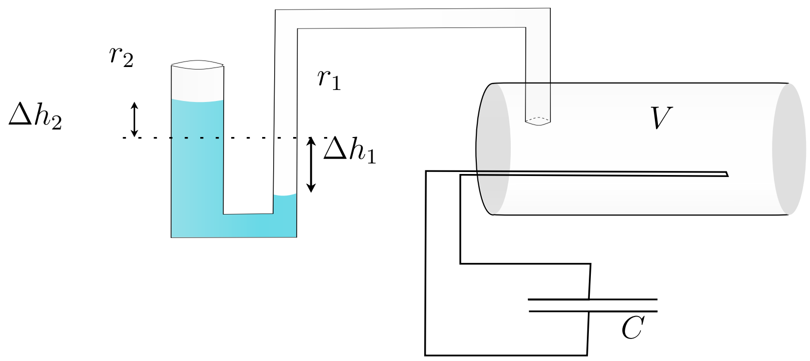

Abbildung 1: Schema eines Manometers

Dann gilt für die entsprechende Druckdifferenz

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \rho g h_1 \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) \tag{10}$$

3 Durchführung

3.1 Gasthermometer

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2 dargestellt. Ein mit Eiswasser befüllter Glasbehälter befindet sich auf einer Heizplatte, deren Heizleistung sich regulieren lässt. Diese Platte wird so positioniert, dass ein an einem Stativ befestigter Glasbehälter möglichst vollständig im Eiswasser eintaucht. Dieser Glasbehälter (konstantes Volumen) ist mit Luft gefüllt und über einen Schlauch mit einem Druckmessgerät verbunden. An diesem Schlauch kann über ein Ventil der Innendruck an den Umgebungsluftdruck angepasst werden.

Nachdem der Behälter mit Eiswasser befüllt worden ist, wird das Ventil so lange geöffnet, bis sich der Innendruck dem Außenluftdruck angepasst hat, sodass die Druckdifferenz etwa Null ist. Dann wird das Ventil geschlossen und die Heizplatte eingeschaltet. Das Druckmessgerät zeigt von nun an an, wie groß die Differenz zwischen Innenluftdruck und Außenluftdruck ist. Während sich die Temperatur im Behälter kontinuierlich erhöht, wird in regelmäßigen Abständen ($\Delta T \leq 5\mathrm{K}$) die aktuelle Druckdifferenz sowie die Temperatur notiert. Dabei ist darauf zu achten, dass das Wasser stets umgerührt wird, sodass sich die Wärme gleichmäßig im Behälter verteilt. Außerdem sollte die Erwärmung nicht zu schnell erfolgen, da das System auf Grund der schlechten Wärmeleitfähigkeit der Luft recht träge ist und somit die in der Flüssigkeit gemessene Temperatur nicht unbedingt der Temperatur im Glaskolben entspricht.

Sobald sich die Temperatur knapp unter der 100 °C-Grenze befindet, wird die Heizplatte ausgeschaltet und die gleiche Messung wie oben während des Abkühlens wiederholt. Der Abkühlvorgang kann dadurch beschleunigt werden. dass ein

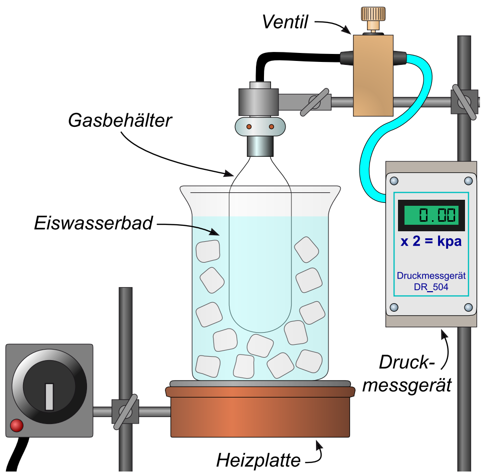

Abbildung 2: Versuchsaufbau: Gasthermometer

Teil der warmen Flüssigkeit abgekippt und etwas Eis hinzugefügt wird.

3.2 Spezifische Wärme der Luft

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 3 dargestellt. Ein Glühdraht befindet sich in einem isolierten, mit Luft gefüllten Zylinder. Dieser wird vermessen, sodass sich später das Volumen bestimmen lässt. Der Draht ist mit einem Kondesator verbunden, der über einen Drehregler bis zu einer beliebigen Spannung zwischen 100 V und 500 V aufgeladen werden kann. Außerdem ist an dem Zylinder ein Wassermanometer angeschlossen, mit dem sich der Luftdruck im Inneren des Zylinders bestimmen lässt.

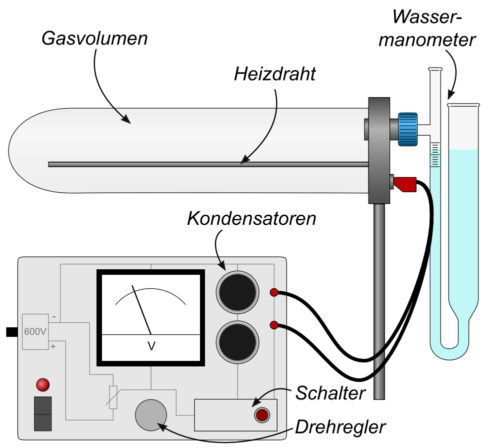

Abbildung 3: Versuchsaufbau: Spezifische Wärme der Luft

Vor jeder Messung kann der Innenluftdruck über ein Ventil dem Umgebungsluftdruck angepasst werden. Wird dieses geschlossen und ändert sich daraufhin der Luftdruck im Zylinder, so gibt es eine Auslenkung der Wassersäule um eine Höhe Δh, aus der sich dann die Druckdifferenz bestimmen lässt. Da das U-Rohr des Manometers ein vergleichsweise kleines Volumen besitzt, kann das Gasvolumen im Zylinder als konstant angenommen werden.

Die eigentliche Messung erfolgt dann nach folgendem Schema:

1. kurzes Öffnen des Ventils zur Kalibrierung des Innenluftdrucks

2. Aufladen des Kondensators bis zu einer bestimmten Spannung U

3. Schließen des Ventils

4. Entladen des Kondensators und somit Übertragung einer definierten Wärmemenge an das Gasvolumen

5. Ablesen der Höhendifferenz Δh der Wassersäule am Manometer

4 Auswertung

4.1 Gasthermometer

Der gemessene Druck war die Differenz zwischen Innendruck im Kolben und aktuellem Umgebungsdruck. Dieser betrug

$$p_{env} = (1015 \pm 1)\, hPa.$$

Bei den gemessenen Druckwerten wird angenommen, dass der Gerätefehler im Vergleich zu den recht großen Fehlern bei der Temperaturbestimmung zu vernachlässigen ist. Für das Ablesen des Umgebungsluftdrucks wurde ein Fehler von 1 hPA einkalkuliert. Der Fehler bei der Temperaturmessung ist dagegen vermutlich ziemlich groß. Neben dem Gerätefehler (etwa 1 Strichabstand) und dem Ablesefehler (< 1 Strichabstand) gibt es eine recht große Verfälschung dadurch, dass die in der Flüssigkeit gemessene Temperatur nicht der Temperatur im Glaskolben entspricht, da Luft ein sehr schlechter Wärmeleiter ist und das gesamte System somit eine gewisse Trägheit besitzt. Je nach Erwärmungsgeschwindigkeit ist dieser Fehler unter Umständen sehr groß, jedoch auch schwer abzuschätzen. Für die Temperatur wurde daher ein Fehler von $\Delta\vartheta = 3\,\mathrm{K}$ angenommen.

Um den absoluten Druck gegen die Temperatur $\vartheta\,[°\mathrm{C}]$ aufzutragen, muss zu der gemessenen Druckdifferenz jeweils noch der Umgebungsdruck p_{env} addiert werden. Mit diesen Daten wird dann eine lineare Regression durchgeführt. Die beiden Plots und die Ergebnisse der Fits sind in Abb. 4 und 5 dargestellt.

Die vollständigen Regressionsergebnisse sind in Tab. 1 aufgeführt. Dort bezeichnet a die Steigung, b den y-Achsenabschnitt der Regressionsgeraden. Aus den beiden Werten ließe sich nun eigentlich das gewichtete Mittel berechnen. Da diese aber gleich groß sind, ist diese Rechnung hinfällig. Dennoch wird der resultierende Fehler mit der Formel für den gewichteten Mittelwert berechnet, so dass sich ergibt:

$$a = (332 \pm 3)\, d\frac{\mathrm{Pa}}{°\mathrm{C}}$$

	$a\,[\frac{\mathrm{Pa}}{°\mathrm{C}}]$	$\Delta a\,[\frac{\mathrm{Pa}}{°\mathrm{C}}]$	$b\,[\mathrm{Pa}]$	$\Delta b\,[\mathrm{Pa}]$
Erwärmen	332	3	101480	130
Abkühlen	332	5	102300	300

Tabelle 1: Gasthermometer: Ergebnisse der Regression

Nach Gl. 2 lässt sich aus der Steigung der Gleichung die Verschiebung des absoluten Nullpunktes gegen den Nullpunkt der Celsius-Skala bestimmen. Es gilt:

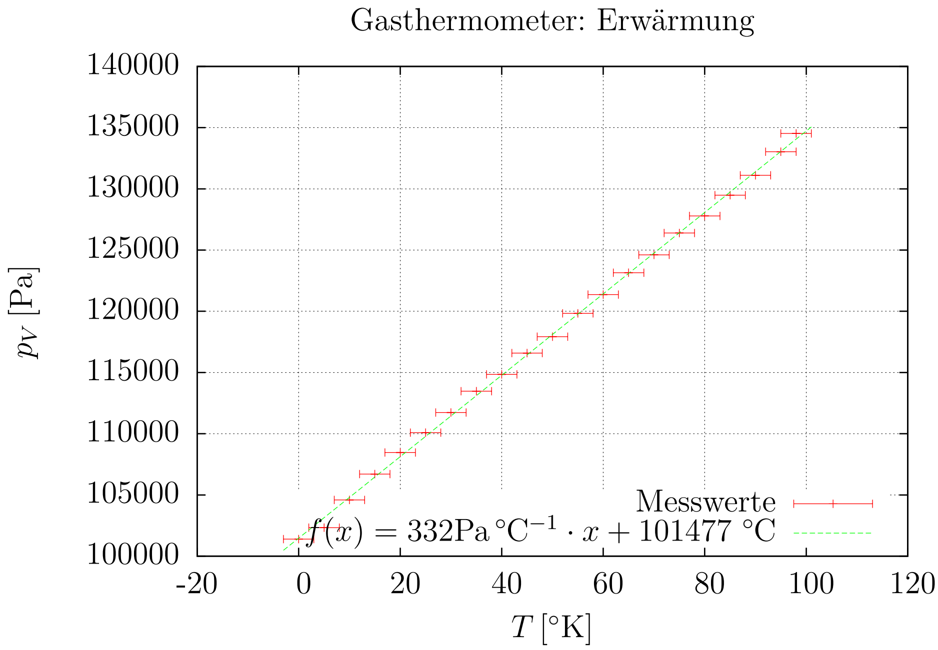

Abbildung 4: Druckmessung während Erwärmung

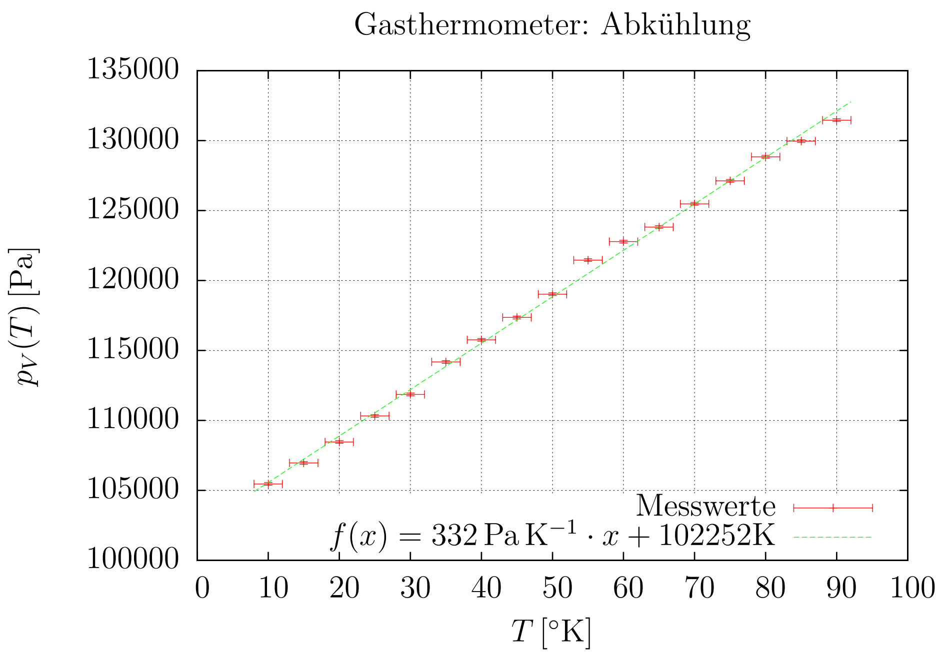

Abbildung 5: Druckmessung während Abkühlung

$$
\begin{aligned}
p(\vartheta) &= \frac{p_0}{\gamma} \cdot \vartheta + p_0 \\
a \mathrel{\hat{=}} \frac{p_0}{\gamma} \qquad &\Leftrightarrow \qquad \gamma = \frac{p_0}{a}
\end{aligned} \tag{11}
$$

Mit den oben aufgeführten Werten lässt sich dann die Konstante γ berechnen:

$$(\Delta\gamma)^2 = (\frac{p_0}{a^2} \cdot \Delta a)^2 + (\frac{1}{a} \cdot \Delta p_0)^2$$
$$\Rightarrow \gamma = (306 \pm 3)\,\mathrm{K} \qquad (12)$$

Dieser Wert sollte in etwa dem Wert für die Verschiebung des Nullpunktes der Celsius-Temperaturskala gegen den Nullpunkt der Kelvin-Temperaturskala entsprechen. Der Literaturwert für diese Größe weicht mit $\gamma_{Lit} = 273\,\mathrm{K}$ um etwa 12% von unserem Messwert ab.

4.2 Spezifische Wärme der Luft

Mit der Formel 10 aus dem Theorieteil und der zugehörigen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{\Delta p} = \rho g h_1 \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) \qquad (13)$$

lässt sich Δp aus der jeweiligen Ablesehöhe h_1 berechnen. Der Ablesefehler σ_{h_1} wird mit $0.001\,\mathrm{m}$ abgeschätzt. Angegeben sind $r_1 = 0.002\,\mathrm{m}$, $r_2 = 0.0092\,\mathrm{m}$, $\rho = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ und $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Die Fehler dieser Werte werden für die weiteren Rechnungen als vernachlässigbar angesehen. Die Kondensatorenergie folgt aus Formel 8 mit dieser Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_{\Delta Q} = C U \sigma_U \qquad (14)$$

Tabelle 2 und Abb. 6 zeigen die Ergebnisse.

U [V]	ΔQ [J]	$\sigma_{\Delta Q}$ [J]	Δp [Pa]	$\sigma_{\Delta p}$ [Pa]
150	0.23	0.03	21.0	10.0
200	0.40	0.04	41.0	10.0
250	0.63	0.05	72.0	10.0
300	0.90	0.06	103.0	10.0
350	1.23	0.07	144.0	10.0
400	1.60	0.08	185.0	10.0
450	2.03	0.09	226.0	10.0
500	2.50	0.10	288.0	10.0

Tabelle 2: Kondensatorenergie ΔQ und Druckunterschied Δp

Abbildung 6: Kondensatorenergie ΔQ und Druckunterschied Δp

Nun soll die Zahl der Freiheitsgrade von Luft mit Formel 6 bestimmt werden. Der Luftdruck im Zylinder wird durch den Raumdruck mit $p = (101460 \pm 100)\text{Pa}$ abgeschätzt. Für die folgenden Rechnungen wird dieser Fehler wegen seiner geringen relativen Größe vernachlässigt. Für die Bestimmung des Zylindervolumens V wurden mit einem Lineal der Durchmesser (mit abgeschätzten Fehlern) $d = (0.08 \pm 0.002)\text{m}$ und die Länge $l = (0.4 \pm 0.005)\text{m}$ bestimmt.
Das Volumen ergibt sich dann zu

$$V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 l = (0.002 \pm 0.0001)\text{m}^3$$

mit der Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_V^2 = \sigma_d^2 \left(\frac{\pi}{2} dl\right)^2 + \sigma_l^2 \left(\pi \frac{d^2}{4}\right)^2 \tag{15}$$

Die jeweilige Volumenänderung ΔV lässt sich berechnen zu $\Delta V = \pi r_1^2 h_1$ mit der Fehlerfortpflanzung $\sigma_{\Delta V} = \pi r_1^2 \sigma_{h_1}^2$.
Δp und ΔQ wurden eben bereits berechnet.

Insgesamt berechnet man daraus die Freiheitsgrade des Gases zu

$$f = 2 \frac{\Delta Q - p\Delta V}{V\Delta p + p\Delta V}$$

mit der Fehlerfortpflanzung

$$\begin{aligned}\sigma_f^2 = {} & \sigma_{\Delta p}^2 \left(\frac{2V(\Delta Q - p\Delta V)}{(V\Delta p + p\Delta V)^2}\right)^2 + \sigma_{\Delta V}^2 \left(\frac{2p(\Delta Q - V\Delta p)}{(V\Delta p - p\Delta V)^2}\right)^2 \\ & + \sigma_V^2 \left(\frac{2\Delta p(\Delta Q - p\Delta V)}{(V\Delta p + p\Delta V)^2}\right)^2 + \sigma_{\Delta Q}^2 \left(\frac{2}{V\Delta p + p\Delta V}\right)^2\end{aligned}$$

Tabelle 3 zeigt das Ergebnis (siehe Diskussionsteil für Einordnung). Für den gewichteten Mittelwert ergibt sich dann $f = 8.1 \pm 0.3$.

Die Molwärme von Luft lässt sich dann daraus mit Formel 7 und der Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{c_V} = \frac{1}{2} R \sigma_f$$

berechnen. Also $c_V = (34.0 \pm 2.0)\,\text{J}\,\text{mol}^{-1}\,\text{K}^{-1}$.

U [V]	f [1]	σ_f [1]
150	10.0	5.0
200	9,0	3.0
250	8.0	2.0
300	8.1	1.0
350	8.0	0.8
400	8.0	0.7
450	8.0	0.7
500	8.0	0.6

Tabelle 3: Spannung U und Freiheitsgrade f

5 Diskussion

5.1 Zum Gasthermometer

In der Messung mit dem Gasthermomether wurde eine isochore Zustandsänderung beobachtet, wobei die Temperatur in Abhängigkeit vom Druck aufgetragen wurde. Unter Verwendung der idealen Gasgleichung und der Annahme, dass ein Objekt den absoluten Nullpunkt erreicht, wenn sein Volumen Null wird, lässt sich aus diesen Werten mittels Extrapolation dieser absolute Nullpunkt bestimmen. Unser Ergebnis weicht um etwa 12% von dem Literaturwert für diesen ab. Somit haben wir ein Ergebnis erhalten, das in der richtigen Größenordnung liegt, jedoch auch recht deutlich abweicht. Es gibt im Wesentlichen zwei Dinge, welche diese Abweichung erklären könnten. Zum einen handelt es sich bei der Versuchsanordnung um ein sehr träges, thermisches System. Auf Grund der schlechten Wärmeleitfähigkeit der Luft erreicht diese im Kolben erst mit Verzögerung die Temperatur der Flüssigkeit im Behälter. Es lässt sich nur schwer quantifizieren, wie groß diese Verzögerung ist. Jedoch sollte unser Gesamtfehler nicht ausschließlich auf diesen Faktor zurückzuführen sein, da bei der Abkühlung diese "Trägheit" umgekehrt war und sich die Fehler im Mittel einigermaßen aufheben sollten. Da die weiteren in diesem Zusammenhang betrachteten Fehlerquellen im Vergleich zu diesem Fehler eher zu vernachlässigen sind, liegt die Vermutung nahe, dass die Methode der Extrapolation nicht ganz exakt ist. Immerhin wird dafür die ideale Gasgleichung verwendet, eine Gleichung, die bestimmte Anforderungen stellt, um Gültigkeit zu besitzen. Diese Anforderungen sind jedoch nicht mehr erfüllt, wenn ein Volumen beliebig klein wird (Wechselwirkungen zwischen benachbarten Teilchen, …). Da wir jedoch zur Bestimmung des absoluten Nullpunktes angenommen haben, dass das Volumen bei diesem beliebig klein wird, ist es vermutlich nicht ganz richtig, unsere Messwerte einfach linear zu extrapolieren. Das Ergebnis liegt zwar in der richtigen Größenordnung, jedoch ist es nicht besonders präzise.

5.2 Zur spezifischen Wärme der Luft

Orientiert man sich für die Freiheitsgrade von Luft an Stickstoff, so hat dieses als lineares Molekül 5 theoretische Freiheitsgrade. Der berechnete Wert $f = 8.1 \pm 0.3$ weicht deutlich davon ab und der Theoriewert liegt auch weit jenseits der Fehlergrenzen. Das muss erklärt werden. Die kritischste Größe bei der Bestimmung der Freiheitsgrade ist der Druckunterschied Δp. Dieser wiederum hängt direkt vom abgelesenen Höhenunterschied am Manometer Δh ab. Hier ist zu vermuten, dass die abgelesenen Werte systematisch zu klein sind. Für größere Δh-Werte wären die berechneten Werte für f noch besser. Die anderen fehlerbehafteten Größen, von denen f abhängt, lassen sich sehr viel genauer bestimmen. Konkrete Schwierigkeiten beim Ablesen des Manometers ergeben sich vor allem durch die schnelle Bewegung der Wassersäule nach der Kondensatorentladung. Die Säule im Manometerschenkel führt zunächst einen starken Überschwinger durch, bis sie danach in den Gleichgewichtszustand zurückfließt. Doch auch diese Bewegung erfolgt recht schnell, so dass vermutet werden kann, dass das Ablesen bei den vorliegenden Werten dieses Protokolls zu spät geschah. Dieser systematische Fehler wurde auch nicht in der Fehlerabschätzung berücksichtigt, die vor allem den Ablesefehler an der U-Rohr-Skala abdeckt. Ein konkreter Verbesserungsvorschlag für diesen Versuch könnte also die Ersetzung des U-Rohr-Manometers durch einen elektronischen Druckmesser sein.
In der Literatur (z.B. [Dem13-1]) findet man einen Wert von $20.79\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ für die molare Wärmekapazität von Stickstoff. Der berechnete Wert $(34.0 \pm 2.0)\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ liegt auch hier weit jenseits der Fehlerintervalle, was sich aber auf den schlechten Wert für die Berechnung der Freiheitsgrade zurückführen lassen kann.

Literatur

[Dem13-1] Demtröder, Wolfgang. Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme. Springer Verlag 2013

[Dem13-2] Demtröder, Wolfgang. Experimentalphysik 2. Elektrizität und Optik. Springer Verlag 2013