



VERSUCH 8

DER DAMPFDRUCK VON WASSER

Praktikant:

Tobias Wegener
Alexander Osterkorn

E-Mail:

tobias.wegener@stud.uni-goettingen.de
a.osterkorn@stud.uni-goettingen.de

Tutor:

Marten Düvel

Gruppe:

3

Durchgeführt am:
27.05.2013

Protokoll abgegeben:
10.6.2013

Testiert:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Reale Gase und van-der-Waals-Gleichung	3
2.2	Dampfdruck	3
2.3	Arrhenius-Plot	4
2.4	Barometrische Höhenformel	4
2.5	Messinstrument: Widerstandsthermometer	4
3	Durchführung	4
3.1	Aufbau	4
3.2	Durchführung der Messung	5
4	Auswertung	6
4.1	Arrheniusplot der Druckkurve	6
4.2	Berechnungen aus dem Plot	7
4.3	Siedetemperatur auf der Zugs Spitze	8
5	Diskussion	9
	Literatur	9

1 Einleitung

Der *Dampfdruck* ist eine thermodynamische Größe, die einen Gleichgewichtszustand zwischen flüssiger und gasförmiger Phase in einem abgeschlossenen System charakterisiert. Technische Nutzen finden die Erkenntnisse rund um den Dampfdruck z.B. bei Dampfmaschinen. Ein interessantes Alltagsphänomen, das sich auf den Dampfdruck zurückführen lässt, ist, dass Wasser bei geringen Drücken (in großen Höhen) schon bei niedrigeren Temperaturen zu kochen beginnt.

2 Theorie

2.1 Reale Gase und van-der-Waals-Gleichung

Unter einem *idealen Gas* versteht man eine Idealisierung eines Gases unter der Annahme, dass die einzelnen Gasmoleküle ausdehnungslos und ihre einzige Wechselwirkung Stöße sind.

Beim *realen Gas* werden diese Idealisierungen aufgegeben und durch die van-der-Waals-Konstanten a (für die innere Wechselwirkung) und b (für das Eigenvolumen) abgeschätzt.

Die ideale Gasgleichung $pV = nRT$ geht dann über in die *van-der-Waals-Gleichung* (z.B. [Demtröder, 2013, S. 307]):

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT \quad (1)$$

2.2 Dampfdruck

Unter den *Phasen* eines Stoffes versteht man seine Aggregatzustände, also in der Regel *fest*, *flüssig* und *gasförmig*. Für diesen Versuch ist nun die Situation interessant, wenn eine Flüssigkeit in ein abgeschlossenes Gefäß eingefüllt wird, dieses nicht ausfüllt und dann erhitzt wird.

Durch die zugeführte Wärme verdampft ein Teil der Flüssigkeit und bildet eine Dampfphase, die einen Druck auf die flüssige Phase ausübt. Dabei stellt sich ein von der jeweiligen Temperatur abhängiger Gleichgewichtsdruck $p_S = p_S(T)$ ein, bei dem Kondensations- und Verdampfungsgeschwindigkeit gleich sind. Dieser Druck p_S wird als "Dampfdruck" bezeichnet. Einen Zusammenhang zwischen den molaren Volumina der Dampfphase V_D und der flüssigen Phase V_{fl} , der aktuellen Temperatur T , der Änderungsrate $\frac{dp_S}{dT}$ des Dampfdrucks zur Zeit T und der molaren Verdampfungsenthalpie Λ_V ist gegeben durch die *Clausius-Clapeyron-Gleichung* (s. [Demtröder, 2013, S. 309]):

$$\Lambda_V = T \frac{dp_S}{dT} (V_D - V_{fl}) \quad (2)$$

Die molare Verdampfungsenthalpie Λ_V gibt dabei an, wieviel Energie aufgewendet werden muss, um ein Mol eines Stoffes zu verdampfen.

Geht man jetzt davon aus, dass die Dampfphase in der Regel dominierend ist gegenüber der flüssigen Phase (also $V_D \gg V_{fl}$), erhält man aus Formel 2 die *van't-Hoffsche Gleichung* (z.B. [Demtröder, 2013, S. 309]), auch *Dampfdruckkurve* genannt:

$$p_S(T) = p_0 \exp\left(\frac{\Lambda_V}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) \quad (3)$$

Dabei ist p_0 der Druck bei der Temperatur T_0 . T_0 wiederum entspricht der entsprechenden Siedetemperatur, bei Wasser also 100 °C.

Die Siedetemperatur ist definiert als die Temperatur, bei dem der Dampfdruck gleich dem Umgebungsdruck ist (s. [Demtröder, 2013, S. 311]).

2.3 Arrhenius-Plot

Unter einem Arrheniusplot im Zusammenhang dieses Versuchs wird ein Plot des logarithmierten Drucks gegen die reziproke Temperatur verstanden. Das gibt dann einen linearen Zusammenhang, wie man aus Gleichung 3 herleiten kann:

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = \underbrace{-\frac{\Lambda_V}{R}}_{=m} \frac{1}{T} + \underbrace{\frac{\Lambda_V}{R} \frac{1}{T_0}}_{=c} = m \frac{1}{T} + c \quad (4)$$

2.4 Barometrische Höhenformel

Für ein Gas der Dichte ρ , das sich in der Höhe h über der Erdoberfläche mit Normaldruck $p_0 = p(h = 0)$ befindet, lässt sich der Druck p mit der *barometrischen Höhenformel* (s. [Demtröder, 2013, S. 188]) berechnen:

$$p(h) = p_0 \exp\left(\frac{-\rho g h}{p_0}\right) \quad (5)$$

2.5 Messinstrument: Widerstandsthermometer

Mit Hilfe eines Widerstandsthermometers können Temperaturen indirekt aus gemessenen Widerständen bestimmt werden. Dabei wird ausgenutzt, dass der Widerstand temperaturabhängig ist. Dabei gilt folgender Zusammenhang: [Peter Schaaf, 2013, S. 82]

$$\begin{aligned} R(T) &= R_0 \cdot (1 + AT + BT^2) \\ \Leftrightarrow T(R) &= -\frac{A}{2B} - \sqrt{\frac{R - R_0}{BR_0} + \frac{A^2}{4B^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

wobei der Widerstand R die veränderliche Messgröße ist, R_0 der Widerstand des Messgerätes bei 0°C und A und B Materialkonstanten sind. Bei dem Versuch wird ein Pt1000-Widerstandsthermometer (aus Platin) verwendet, für das folgende Werte vorgegeben sind:

R_0	1000 Ω
A	$3,908310^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
B	$-5,77510^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$

Bei der Messung wird ein systematischer Fehler begangen, der sich über

$$\Delta T = \pm(0,3^\circ\text{C} + 0,005 T)$$

berechnen lässt.

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 dargestellt. In einem abgeschlossenen Kolben befindet sich Wasser. Der Kolben ist sowohl mit einem Manometer (zur Druckmessung) und dem Pt1000-Fühler (zur Bestimmung der Temperatur) verbunden. Unterhalb des Kolbens befindet sich eine Heizplatte, mit der die Temperatur im Kolben erhöht werden kann.

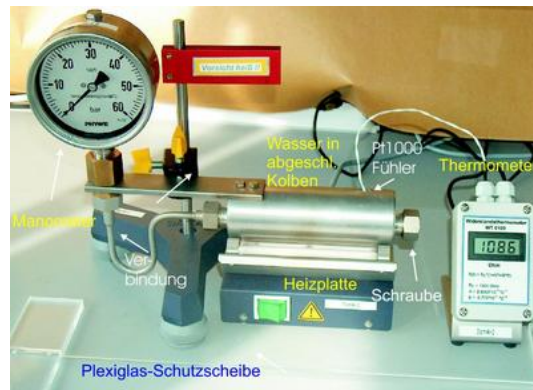


Abbildung 1: Versuchsaufbau

3.2 Durchführung der Messung

Nachdem die einzelnen Messinstrumente sowie die Heizplatte mit der Stromversorgung verbunden worden sind, kann die Messung gestartet werden. Dazu wird die Heizplatte eingeschaltet.

Es ist darauf zu achten, dass sich sämtliche Gegenstände in hinreichend großem Abstand von der Heizplatte befinden, da diese recht hohe Temperaturen erreicht. Dies gilt insbesondere auch für die Plexiglas-Schutzscheibe.

Im Folgenden wird der gemessene Widerstand in Abhängigkeit vom Druck aufgetragen. Es ist ratsam, immer dann ein neues Wertepaar abzulesen, wenn der Zeiger des Manometers einen neuen Skalenstrich erreicht, da das Ablesen dann besonders genau wird. Dies wird so lange durchgeführt, bis entweder ein Druck von $p = 45 \text{ bar}$ oder ein Widerstand von $R = 1900 \Omega$ erreicht wird.

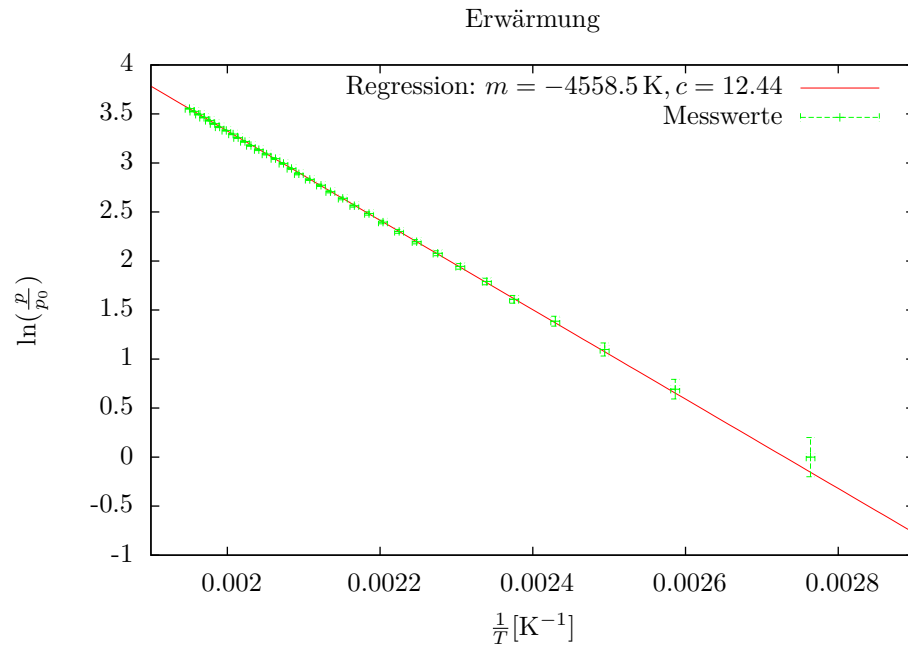
Ist dies der Fall, so wird die Heizplatte ausgeschaltet und die Messwerte werden in analoger Weise für den Abkühlvorgang aufgenommen.

4 Auswertung

4.1 Arrheniusplot der Druckkurve

Aus Gleichung 4 ergibt sich, dass der Logarithmus des relativen Drucks $\ln(\frac{p}{p_0})$ in einer linearen Relation zum Kehrwert der gemessenen Temperatur T steht, wobei die Steigung $m = -\frac{\Delta_V}{R}$ gleich dem Quotienten aus der Verdampfungswärme und der Gaskonstanten und der y-Achsenabschnitt $b = \frac{\Delta_V}{RT}$ ist.

Für die Messung der Temperatur wird der jeweilige Fehler nach Gl. 6 berechnet, für den Druck wird eine Ableseungenauigkeit von 0,2 bar angenommen, da die Skalierung des Manometers sehr grob ist. Plottet man die Daten also entsprechend mit einer logarithmischen Skalierung der y-Achse, so lässt sich aus der Steigung die Verdampfungswärme berechnen.



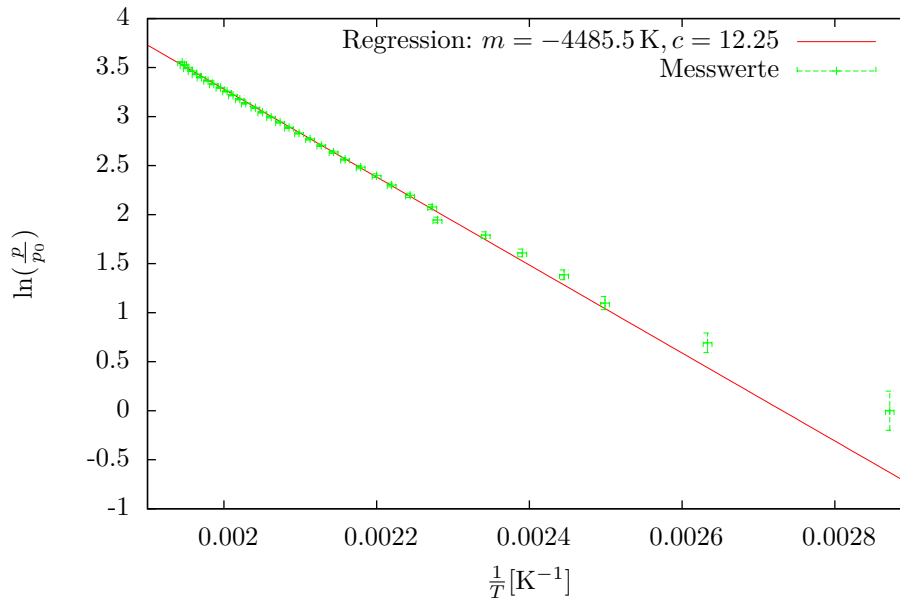
Größe	Wert	Fehler
m	-4560	11
c	12,44	0,03

Tabelle 1: Regressionsergebnisse Erwärmung

Größe	Wert	Fehler
m	-4490	40
c	12,25	0,08

Tabelle 2: Regressionsergebnisse Abkühlung

Abkühlung



4.2 Berechnungen aus dem Plot

Aus den Werten der linearen Regression für die beiden Arrheniusplots lassen sich jetzt einige Werte berechnen. Dazu wird das gewichtete Mittel der m - und c -Werte für den Erwärmungs- und den Abkühlungsfit gebildet.

Es ist dann $m = (-4560 \pm 10) \text{ K}$ und $c = 12.42 \pm 0.03$.

Zum einen soll die Verdampfungswärme Λ_V von Wasser berechnet werden. Nach Gleichung 4 berechnet sich diese direkt zu

$$\Lambda_V = -mR$$

mit der zugehörigen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{\Lambda_V} = R\sigma_m$$

Dann ergibt sich $\Lambda_V = (37910.0 \pm 90.0) \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$. Als nächstes wird die Siedetemperatur von Wasser bestimmt. Nach den Ausführungen im Theorieteil ist das die Temperatur T_0 , bei der $p = p_0$ gilt, also folgt mit Glg. 4:

$$T_0 = -\frac{m}{c}$$

mit der Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{T_0}^2 = \sigma_m^2 \left(\frac{1}{c}\right)^2 + \sigma_c^2 \left(\frac{m}{c^2}\right)^2$$

Damit erhält man $T_0 = (367.0 \pm 2.0) \text{ K} = (94 \pm 2) \text{ }^\circ\text{C}$. Zuletzt ist noch nach dem Dampfdruck des Wassers bei $T = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ gefragt.

Wieder mit Glg. 4 folgt:

$$p = p_0 \exp\left(m\frac{1}{T} + c\right)$$

und die Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_p = p \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{T^2} + \sigma_c^2}$$

Das liefert $p = (1410.0 \pm 70.0)$ Pa

4.3 Siedetemperatur auf der Zugspitze

Es soll die Siedetemperatur von Wasser auf der Zugspitze (siehe Abb. 2), dem höchsten Berg Deutschlands mit einer Höhe von $h = 2962$ m bestimmt werden. Dabei ist, wie im Theorieteil angemerkt, die Siedetemperatur diejenige Temperatur, bei der Dampf- und Umgebungsdruck gleich sind. Die Temperatur lässt sich dann durch die Gleichsetzung von barometrischer Höhenformel (Glg. 5) und Dampfdruckkurve (Glg. 3) berechnen:

$$\frac{\Lambda_V}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) = -\frac{\rho g h}{p_0}$$

Damit folgt für die Temperatur:

$$T = \frac{1}{\frac{1}{T_0} + \frac{\rho g h R}{p_0 \Lambda_V}}$$

Folgende Werte gehen in diese Berechnung ein: Dichte $\rho = 1,29 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ der Luft, Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, Gaskonstante $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, Luftdruck $p_0 = 101\,325$ Pa auf der Erdoberfläche, molare Verdampfungsenthalpie $\Lambda_V = 40\,642 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ von Wasser (s.o.) und Siedetemperatur $T_0 = 373,15$ K des Wassers auf der Erdoberfläche.

Insgesamt erhält man: $T = 362,9 \text{ K} = 89,8^\circ\text{C}$.

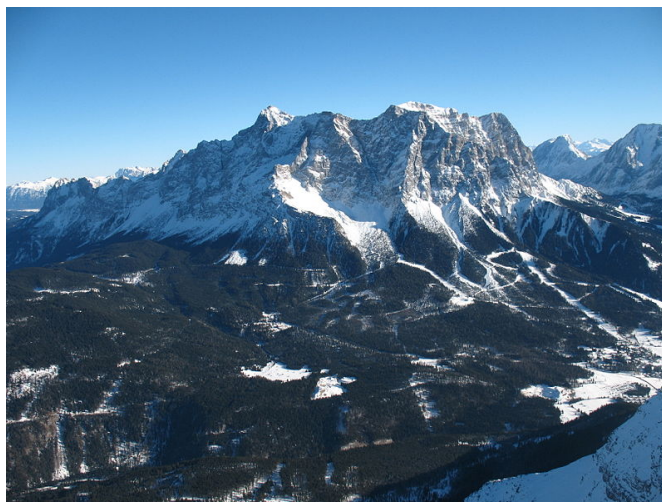


Abbildung 2: Herrliche Ansicht der Zugspitze (von http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Zugspitze_Westansicht.JPG)

5 Diskussion

Es sollen die berechneten Werte mit Literaturwerten verglichen werden.

Größe	berechneter Wert	Fehler	Literaturwert	Abw. vom Lit.
Λ_V [$\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$]	37910.0	90.0	40650 ¹	6.7 %
T_0 [$^{\circ}\text{C}$]	94	2	100 ¹	6.0 %
p [pascal]	1410.0	70.0	611.2 ²	130,7 %

Tabelle 3: Vergleich mit Literaturwerten

Die Werte für die Verdampfungswärme Λ_V und die Siedetemperatur T_0 weisen eine vergleichsweise geringe Abweichung vom Literaturwert auf und liefern somit zumindest ein qualitativ richtiges Ergebnis. Dennoch ist an dieser Stelle zu beachten, dass die Literaturwerte nicht in den Fehlerintervallen liegen. Da der Versuch größtenteils ohne äußere Einflüsse ablief, kommen menschliche Fehler nicht zur Erklärung dieser Abweichung in Frage. Dennoch muss es einen systematischen Fehler geben, der erklärt, warum die Literaturwerte nicht im Fehlerintervall liegen. Vermutlich ist das Messverfahren fehlerbehaftet. So handelt es sich bei dem Gas im Kolben zunächst nicht um ein homogenes Dampfgemisch, da die Heizplatte verschiedene Teile des Dampfes unterschiedlich stark erhitzt. Zwar wird sich im Dampf eine Ausgleichsbewegung einstellen, jedoch ist es schwierig zu beurteilen, wie schnell dies passiert. So kann es sein, dass die Position des Temperaturfühlers nicht ideal ist, sodass die gemessene Temperatur systematisch von der mittleren tatsächlichen Temperatur abweicht.

Während diese beiden Werte qualitativ richtig sind, weicht der Wert für den Dampfdruck um mehr als 100% vom Literaturwert ab. Warum dieser Wert so stark abweicht, können wir nicht nachvollziehen. Man könnte zwar argumentieren, dass hier vorherige Fehler besonders stark eingehen, da die entsprechenden Größen im Exponenten stehen, aber dieser Umstand wird ja bereits bei der Fehlerfortpflanzung berücksichtigt.

Literatur

Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1*. Springer Spektrum, 2013.

Jörn Große-Knetter Peter Schaaf. *Das physikalische Praktikum*. Universitätsdrucke Göttingen, 2013.

¹nach Lüdecke, Dorothea. Thermodynamik. Springer-Verlag, 2000, S. 381

²nach http://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_Stoffdaten_Wasser