



---

**Versuch 14:**  
**Wechselstromwiderstände**

---



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Grundlagen . . . . .	3
2.2	Bauteile . . . . .	3
2.3	Stromkreise . . . . .	4
2.4	Phasenverschiebungen . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1	Reihenschaltung . . . . .	5
3.2	Parallelschaltung . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Reihenschaltung . . . . .	6
4.1.1	Schaltung ohne Kondensator . . . . .	6
4.1.2	Schaltung mit Kondensator . . . . .	8
4.2	Parallelkreis . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>
5.1	Bewertung der Ergebnisse . . . . .	13
5.2	Fehlerquellen . . . . .	14



PRAKTIKANT:  
Fabian Heimann

MITPRAKTIKANT:  
Christian Gaß

DURCHFÜHRUNG:  
12.09.2013

# 1 Einleitung

In diesem Versuch soll das Verhalten verschiedener Wechselstromschaltungen mit ohmschen Widerständen, Kondensatoren und Spulen untersucht werden. Für die theoretische Vorhersage des Verhaltens dieser Bauteile wesentlich ist die komplexe Wechselstromrechnung. Sie bildet die Grundlage für das theoretische Verständnis vieler wichtiger Schaltungen u.a. mit den oben genannten Bauteilen.

## 2 Theorie

### 2.1 Grundlagen

Zur Nomenklatur: Im Folgenden bezeichnen wir die Spannung und die Stromstärke, die in Wechselstromkreisen im Allgemeinen eine Funktion der Zeit sind, mit  $u(t)$  und  $i(t)$ . Als imaginäre Einheit verwenden wir  $j$ .

Wir betrachten einen Stromkreis, an den eine Wechselspannung  $u$  in folgender Form angelegt wird:

$$u(t) = \hat{u} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Dabei bezeichnet  $\hat{u}$  die Amplitude und  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  ( $T$  ist die Periodendauer) die Kreisfrequenz der Wechselspannung. Unter bestimmten Voraussetzungen fließt in so einem Stromkreis ebenfalls ein periodisch wechselnder Strom der Form

$$i(t) = \hat{i} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

Dabei bezeichnet  $\hat{i}$  analog wie oben die Amplitude des Stromes und  $\omega$  die Kreisfrequenz.  $\varphi$  ist die sog. Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Grundsätzlich kann man, um das Verhalten von Spulen und Kondensatoren vorherzusagen, auf Basis solcher trigonometrischer Funktionen eine Differentialgleichung aufstellen und diese lösen. Das ist jedoch oft mühselig. Elegantere Lösungen sind möglich, wenn man Strom und Spannung als Realteil einer komplexen Größe darstellt. Diese Größen kennzeichnen wir im Folgenden durch Frakturschrift. So bezeichnen wir mit

$$\mathbf{u}(t) = \hat{u} \cdot e^{j\omega t} = \hat{u} [\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)], \quad u(t) = \Re(\mathbf{u}(t))$$

die komplexe Spannung. Analog wird die komplexe Stromstärke definiert als  $\mathbf{i}(t) = \hat{i} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$ ,  $i(t) = \Re(\mathbf{i}(t))$ . Betrachten wir nun das Verhalten von verschiedenen Bauteilen. Wir interessieren uns dabei jeweils für das Verhältnis aus  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{i}$ . Ein solchen komplexen Widerstand nennen wir Impedanz  $\mathbf{z} = \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{i}}$ . Unter bestimmten Bedingungen ist er zeitlich konstant.

### 2.2 Bauteile

**Ohmscher Widerstand** Sei nun ein einfacher ohmschen Widerstand  $R$  direkt an eine gegebene Wechselspannung  $\mathbf{u}$  angeschlossen. An dem Widerstand gilt zu jeder Zeit das

Ohmsche Gesetz und es gilt  $\mathbf{i} = \frac{\mathbf{u}}{R}$ . Also ist

$$\mathfrak{z} = \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{i}} = R.$$

**Induktiver Widerstand** An einen sog. induktiven Widerstand, eine Spule der Induktivität  $L$ , sei ebenfalls eine Spannung  $\mathbf{u}$  angelegt. Dann stellt sich langfristig die induzierte Spannung  $L \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i} = \mathbf{u}$  ein. Als Ableitung von  $\mathbf{i}$  nach  $t$  erhält man  $\frac{d}{dt} \mathbf{i} = \hat{i} \omega e^{j\omega t + \varphi} = j \omega \mathbf{i}$ . Einsetzen ergibt direkt

$$\mathfrak{z} = \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{i}} = j \cdot \omega L.$$

**Kapazitiver Widerstand** Nun betrachten wir einen kapazitiven Widerstand, also einen Kondensator der Kapazität  $C$ , an den ebenfalls eine Spannung  $\mathbf{u}$  angelegt wird. An einem Kondensator ist die Spannung zu jedem Zeitpunkt proportional zur Ladung, also  $\mathbf{u} = \frac{Q(t)}{C}$ . Die Ableitung der Ladung ist der Strom, also gilt  $\mathbf{i} = C \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{u}$ . Für die Ableitung von  $\mathbf{u}$  nach  $t$  erhalten wir analog wie oben  $\frac{d}{dt} \mathbf{u} = j \omega \mathbf{u}$ . Daraus folgt wiederum durch simples Einsetzen

$$\mathfrak{z} = \frac{1}{j \omega C} = -j \cdot \frac{1}{\omega C}.$$

## 2.3 Stromkreise

Nun betrachten wir die Kombination verschiedener komplexer Widerstände. Es gelten die gewöhnlichen Regeln für Reihen- und Parallelschaltungen sowie die Kirchhoffschen Gesetze.

**Reihenschaltung** Um den komplexen Widerstand einer Reihenschaltung aus den komplexen Widerständen der Bauteile zu berechnen, müssen diese einfach nur addiert werden. Betrachten wir nun eine Reihenschaltung aus einem ohmschen Widerstand und einer Spule. Dort ist

$$\mathfrak{z} = R + j \cdot \omega L. \quad (1)$$

Schalten wir zusätzlich einen Kondensator in Reihe, so ist

$$\mathfrak{z} = R + j \cdot \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right]. \quad (2)$$

**Parallelschaltung** Sind mehrere komplexe Widerstände parallel geschaltet, gilt wie für normale Widerstände, dass das Inverse des Gesamtwiderstandes gleich der Summe der Inversen der Teilwiderstände ist. Für ein Parallelschaltung von ohmschen Widerstand  $R$ , Kondensator  $C$  und Spule  $L$  wäre dann

$$\frac{1}{\mathfrak{z}} = \frac{1}{R} + j \cdot \left[ \omega C - \frac{1}{\omega L} \right]$$

## 2.4 Phasenverschiebungen

Als letztes wollen wir aus einem vorgegebenen komplexen Widerstand die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung bestimmen. Dazu setzen wir an der Definition des komplexen Widerstandes an und setzen  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{i}$  ein:

$$\mathfrak{z} = \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{i}} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} e^{-j\varphi} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} [\cos \varphi - j \sin \varphi]$$

Daraus folgt direkt

$$\tan \varphi = \frac{\Im(\mathfrak{z})}{\Re(\mathfrak{z})}. \quad (3)$$

Dieser Zusammenhang lässt sich geometrisch anhand eines Zeigerdiagrammes verstehen, bei dem der Realteil der komplexen Impedanz auf der x-Achse und der Imaginärteil auf der y-Achse aufgetragen ist.

## 3 Durchführung

Die oben dargestellten theoretischen Überlegungen sollen in diesem Versuch experimentell nachvollzogen werden. Dazu bauen wir zum einen eine Reihenschaltung; zum anderen eine Parallelschaltung und führen unterschiedliche Messungen durch.

### 3.1 Reihenschaltung

Als Erstes bauen wir für die Reihenschaltung den in Abb. 1 gezeigten Schaltkreis auf. Er ist im Prinzip lediglich eine Reihenschaltung aus ohmschem Widerstand, induktivem Widerstand und kapazitivem Widerstand, der dazu geschaltet werden kann.

An diesen Schaltkreis soll nun das Oszilloskop so angeschlossen werden, dass es die Phasenverschiebung zwischen Gesamtspannung und Strom messen kann. Dazu verwenden wir die zwei Kanäle. Einen schließen wir direkt an die Gesamtspannung an; mit dem anderen greifen wir die Spannung ab, die am ohmschen Widerstand abfällt. Diese ist proportional zum Strom. Das Oszilloskop misst dann, nachdem es entsprechend eingestellt wurde, automatisch die Phasenverschiebung zwischen beiden Kanälen.

Nun führen wir die eigentlichen Messungen durch:

- (1) Zuerst überbrücken wir den Kondensator, um die Induktivität der Spule zu bestimmen. Für 10 verschiedene Frequenzen messen wir dann jeweils die Gesamtspannung, den Strom und die Phasenverschiebung  $\varphi$ .
- (2) Dann schalten wir den Kondensator hinzu; öffnen also den Schalter und messen für verschiedene Frequenzen den Strom, die Gesamtspannung, die Teilspannungen an Kondensator sowie Spule und Widerstand und die Phasenverschiebung. Dabei vermessen wir die Resonanzfrequenz besonders genau.

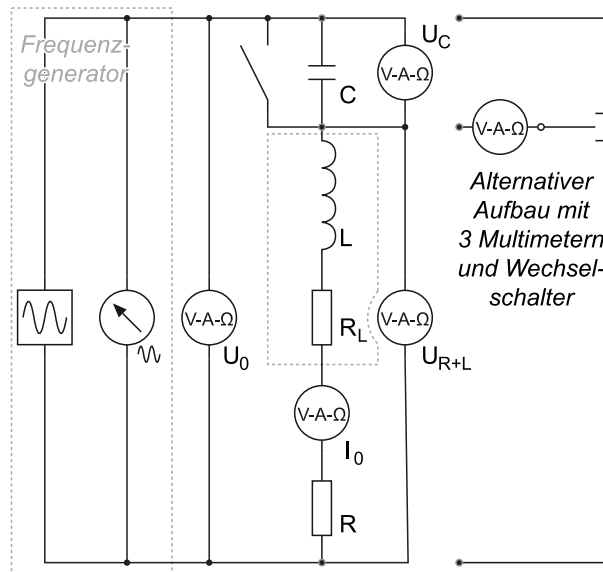


Abbildung 1: Schaltskizze zum Versuch zur Reihenschaltung. [1]

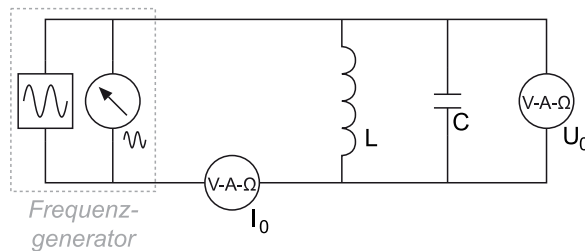


Abbildung 2: Schaltskizze zum Versuch zur Parallelschaltung. [1]

## 3.2 Parallelschaltung

Nun bauen wir eine Parallelschaltung aus Kondensator und Spule, jedoch ohne ohmschen Widerstand, wie in Abb. 2 gezeigt, auf, und messen auch hier die Spannung und den gesamten Strom in Abhängigkeit von der Eingangsfrequenz.

Abschließend messen wir den Innenwiderstand des Amperemeters, den Widerstand des ohmschen Widerstandes, die Kapazität des Kondensators und den ohmschen Widerstand der Spule. Außerdem notieren wir die angegebenen Spulendaten.

## 4 Auswertung

### 4.1 Reihenschaltung

#### 4.1.1 Schaltung ohne Kondensator

Am erstes wollen wir nun die Ergebnisse der Reihenschaltung auswerten. Dazu sollen als erstes in dem Stromkreis ohne Kondensator der Widerstand  $R$  und die Induktivität der

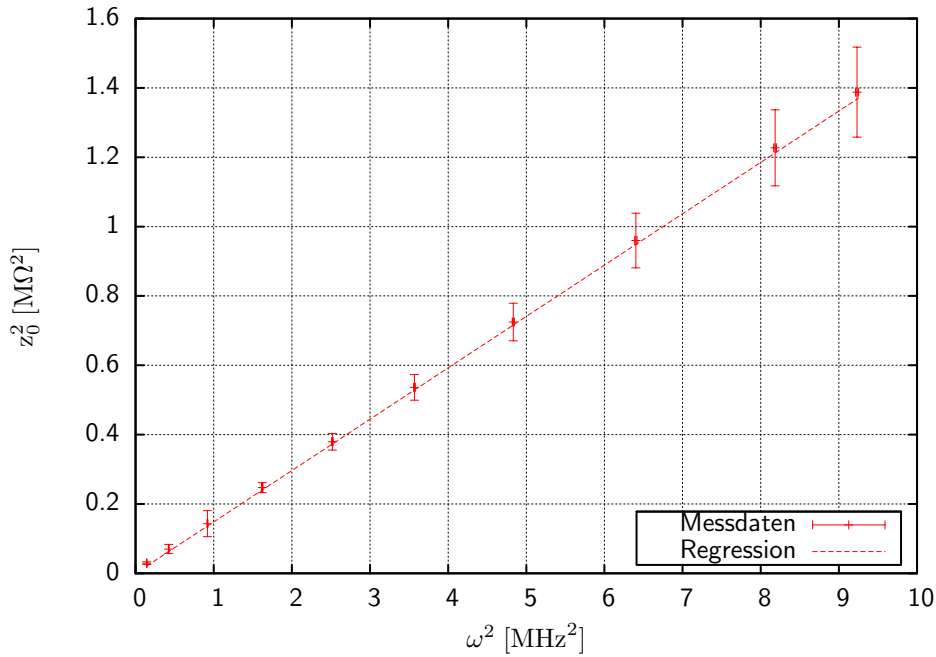


Abbildung 3: Bestimmung von Widerstand  $R$  und Induktivität  $L$

Spule  $L$  bestimmt werden (siehe Schaltplan 1).

Dazu greifen wir Gleichung (1) für eine Reihenschaltung auf und quadrieren die Beträge. Dann erhalten wir mit  $z := |\mathfrak{z}|$ .

$$z^2 = \omega^2 L^2 + R^2.$$

Um aus diesem Zusammenhang  $L$  und  $R$  zu bestimmen, führen wir eine lineare Regression der Form  $z^2(\omega^2) = \omega^2 \cdot m + b$  nach dem gängigen Verfahren durch. [2, Gleichung (6.12)] Um aus der gemessenen Frequenz  $f$   $\omega^2$  zu bestimmen, benutzen wir folgenden Zusammenhang:  $\omega^2 = (2\pi f)^2$ . Dann gilt nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung  $\sigma_{\omega^2} = 4\pi^2 f \cdot \sigma_f$ . Für  $z^2$  berechnen wir  $z^2 = \left[\frac{U}{I}\right]^2$ . Dann gilt nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{z^2}^2 = \left[\frac{\sigma_U 2U}{I^2}\right]^2 + \left[\frac{2U \cdot \sigma_I}{I^3}\right]^2.$$

Für den Fehler in der Frequenz nehmen wir 1 Hz an, da der angezeigte Wert etwa um diesen Betrag schwankte. Den Fehler in  $U$  und  $I$  bestimmen wir aus den Spezifikationen des Messgerätes.

So ergeben sich die in Abb. 3 und Tab. 1 dargestellten Ergebnisse und Fehler. Nun berechnen wir  $R$  und  $L$  nach folgenden Formeln. Die Fehler folgen aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

$$L = \sqrt{m}, \quad R = \sqrt{b}, \quad \sigma_L = \frac{\sigma_m}{2\sqrt{m}}, \quad \sigma_R = \frac{\sigma_b}{2\sqrt{b}}$$

$m$ [ $\Omega^2\text{Hz}^{-2}$ ]	$b$ [ $\text{k}\Omega^2$ ]	$L$ [mH]	$R$ [ $\Omega$ ]
$0.148 \pm 0.005$	$8 \pm 4$	$385 \pm 6$	$90 \pm 30$

Tabelle 1: Ergebnisse aus der Auswertung der Reihenschaltung ohne Kondensator.

#### 4.1.2 Schaltung mit Kondensator

**Auswertung Impedanz** Nun soll für die Schaltung mit Kondensator die Impedanz gegen die Anregungsfrequenz  $\omega$  aufgetragen werden. Die Fehler berechnen wir wie oben und nach

$$\sigma_z^2 = \left[ \frac{\sigma_U}{I} \right]^2 + \left[ \frac{U \cdot \sigma_I}{I^2} \right]^2.$$

Der Graph ist in Abb. 4 dargestellt. Aus diesem Diagramm sollen nun die Resonanzfrequenz und der ohmsche Widerstand bestimmt werden. Dazu werden die Daten in ein `python`-Programm eingelesen. Mittels geeigneter Funktionen der `numpy`-Bibliothek führt das Programm eine Spline-Interpolation 3. Ordnung durch und sucht dann das Minimum dieser Funktion. Dieses Verfahren ist im Gegensatz zu einfachem Ablesen nicht auf die Genauigkeit des Abtastrasters beschränkt. Als Fehler verwenden wir die mittleren Fehler der Daten auf der jeweiligen Achse. Der ohmsche Widerstand ist der Funktionswert am Minimum.

So ergibt sich

$$\omega_R = 1203 \pm 6 \text{ Hz}, \quad R = 88 \pm 15 \Omega. \quad (4)$$

Für die Theoriekurve verwenden wir die in Gleichung 2 berechnete Impedanz:

$$z = \left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

**Auswertung Phasenverschiebung** Nun soll die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung gegen die Anregungsfrequenz  $\omega$  aufgetragen werden. Als Fehler für die angezeigte Phasenverschiebung nehmen wir  $4^\circ$  an, da der Wert am Oszilloskop maximal etwa um diesen Wert schwankte. Bei kleinen Frequenzen entsprachen die Funktionen am Oszilloskop nur näherungsweise Sinus-Kurven. Daher nehmen wir dort einen Fehler von  $15^\circ$  an. Der entsprechende Graph ist in Abb. 5 dargestellt.

Für die Theoriekurve kombinieren wir die Gleichungen (2) und (3) und erhalten

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Aus diesen Daten soll nun ebenfalls die Resonanzfrequenz abgelesen werden. Diese ist die Nullstelle der Funktion  $\varphi(\omega)$ . Um diese ausreichend genau zu bestimmen, lesen wir die Daten ebenfalls in das `python`-Programm ein und bilden die Interpolationsfunktion als Spline 3. Ordnung. Von dieser Funktion wird dann numerisch die Nullstelle berechnet. Als Fehler nehmen wir wiederum den durchschnittlichen Fehler der Messungen an. So ergibt sich

$$\omega_R = 1197 \pm 6 \text{ Hz}. \quad (6)$$



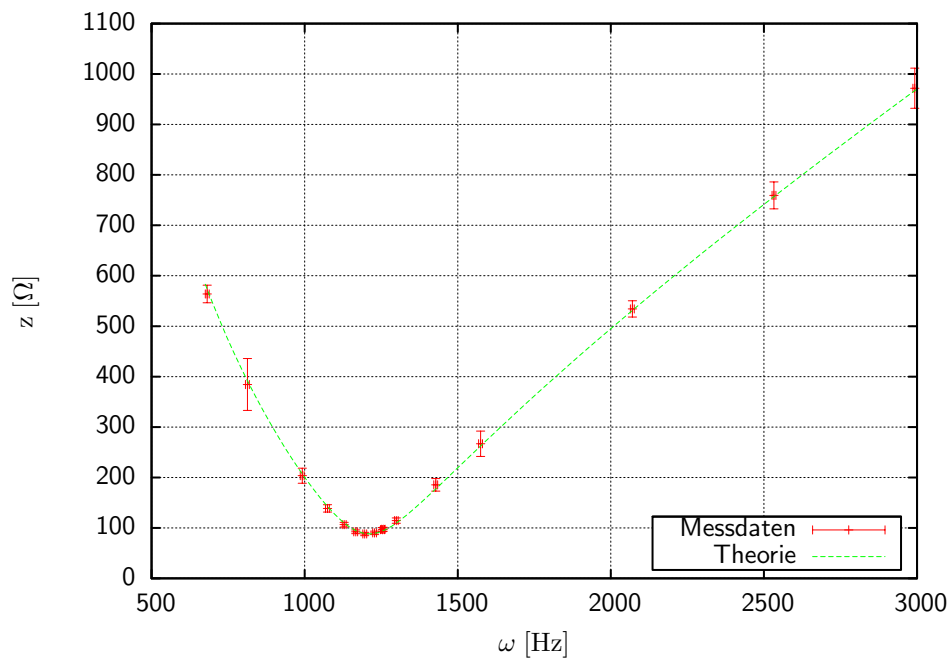


Abbildung 4: Auswertung der Reihenschaltung mit Kondensator

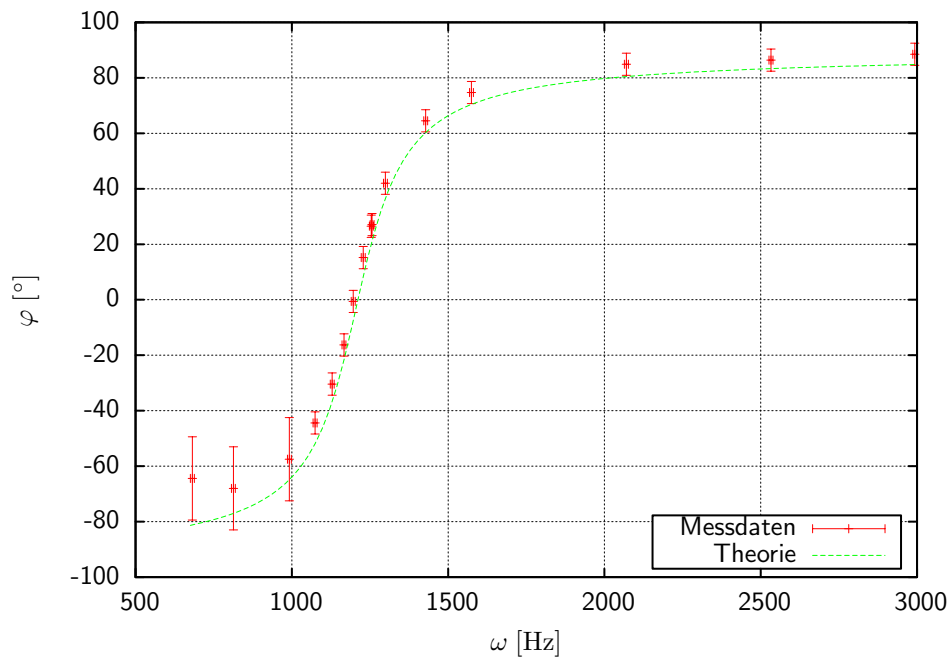


Abbildung 5: Auswertung der Phasenverschiebung in der Reihenschaltung in Abhängigkeit von  $\omega$ .

**Zusammenfassung der Ergebnisse** Tragen wir nun die bisherigen Messwerte zusammen. Für  $R$  haben wir einen Wert aus Tab. 1 und einen aus Gleichung (4). Für  $\omega_R$  haben wir einen Wert aus Gleichung (4) und einen aus (6). Als gewichtetes Mittel ergibt sich jeweils

$$\omega_R = 1200 \pm 5 \text{ Hz}, \quad R = 88 \pm 14 \Omega. \quad (7)$$

Um den Widerstand der Spule zu erhalten, ziehen wir von dem Gesamtwiderstand den ohmschen Widerstand von  $R_\Omega = (10 \pm 1) \Omega$  und den Widerstand des Amperemeters von  $R_{\text{Amp}} = (10 \pm 4) \Omega$  (Fehler stammt aus der Genauigkeit des Messgerätes) ab. Das ergibt

$$R_L = 68 \pm 15 \Omega$$

mit dem Fehler

$$\sigma_{R_L}^2 = \sigma_R^2 + \sigma_{R_\Omega}^2 + \sigma_{R_{\text{Amp}}}^2.$$

Nun soll aus der Resonanzfrequenz die Kapazität des Kondensators berechnet werden. Dazu setzen wir an Gleichung (5) an. Beim Minimum, der Resonanzfrequenz  $\omega_R$ , ist  $\omega L - (\omega C)^{-1} = 0$ . Daraus folgt

$$C = \frac{1}{\omega_R^2 \cdot L} = (1.80 \pm 0.04) \mu\text{F}.$$

Aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich der Fehler:

$$\sigma_C^2 = \left[ \frac{\sigma_L}{\omega_R^2 L^2} \right]^2 + \left[ \frac{2\sigma_{\omega_R}}{\omega_R^3 L} \right]^2.$$

**Auftragung der Spannungen** Als nächstes sollen für den Serienresonanzkreis die Spannungen  $U$ ,  $U_C$  und  $U_{L+R}$  gegen  $\omega$  aufgetragen werden. Das Ergebnis ist in Abb. 6 dargestellt.

**Zeigerdiagramm** Nun soll für die Resonanzfrequenz  $\omega_R$  ein Zeigerdiagramm dargestellt werden. Dazu brauchen wir die Werte für  $U$ ,  $U_C$ ,  $U_{L+R}$  bei der Resonanzfrequenz. Diese werden ebenfalls mit einem `python`-Programm durch Spline-Interpolation bestimmt. Dazu verwenden wir den Wert für  $\omega_R$  aus (7). Zur Bestimmung des Fehlers setzen wir  $\omega \pm \sigma_\omega$  in die Interpolationsfunktion ein. Es ergibt sich so

$$U = (9.579 \pm 0.02) \text{ V}, \quad U_C = (49.7 \pm 0.3) \text{ V}, \quad U_{L+R} = (51.7 \pm 0.3) \text{ V}.$$

Zum Zeigerdiagramm: Auf die reelle Achse wird die Gesamtspannung  $U$  aufgetragen. Denn bei der Resonanzfrequenz gleichen sich induktiver und kapazitiver Widerstand aus und als Summe ergibt sich der reine ohmsche Widerstand  $R$  (inklusive Widerstand von Spule und Amperemeter).  $U$  ist daher auch in Phase mit  $I$ . In Richtung der negativen imaginären Achse zeigt  $U_C$ , denn hier liegt eine rein imaginäre Impedanz in negative Richtung vor.  $U_{L+R}$  ist eine Mischung aus reellem und imaginärem Widerstand. Der reelle Teil ist identisch mit dem von  $U$ . So können wir die Koordinaten für das Zeigerdiagramm

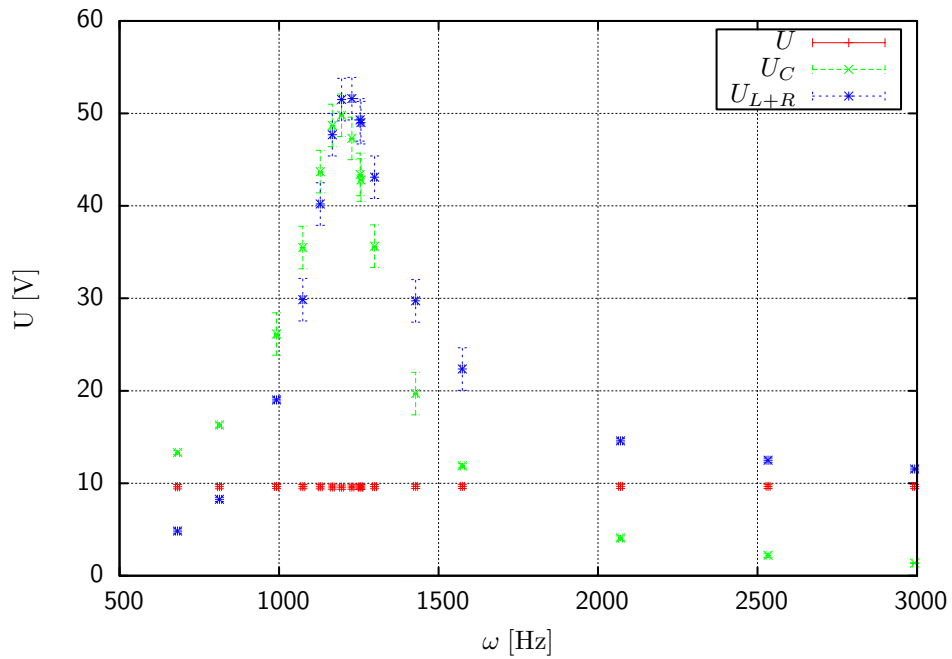


Abbildung 6: Ergebnisse für die verschiedenen Spannungen in Abhängigkeit von  $\omega$ .

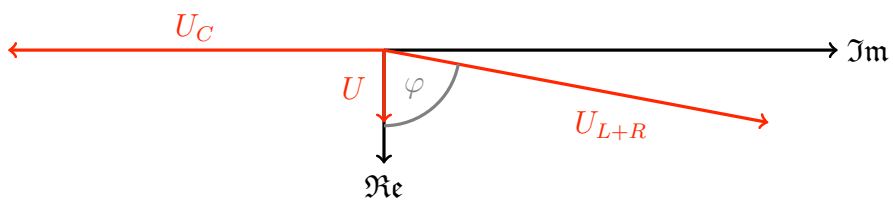


Abbildung 7: Zeigerdiagramm mit  $U$ ,  $U_C$ ,  $U_{L+R}$  bei  $\omega_R$ . Aus Platzgründen wurden Imaginär- und reelle Achse gedreht.

über den Satz des Pythagoras bestimmen. Das so gewonnene Zeigerdiagramm ist in Abb. 7 dargestellt.

Aus diesen Spannungen soll nun auch die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung  $U_{L+R}$  berechnet werden. Wie aus dem Zeigerdiagramm abzulesen ist, gilt

$$\varphi = \arccos \frac{U}{U_{L+R}}.$$

Aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung folgt

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{1}{1 - \frac{U^2}{U_{L+R}^2}} \left\{ \left[ \frac{\sigma_U}{U_{L+R}} \right]^2 + \left[ \frac{\sigma_{U_{L+R}} U}{U_{L+R}^2} \right]^2 \right\}$$

Mit den obigen Werten ergibt sich

$$\varphi_{\text{Messung}} = 1.385 \pm 0.002.$$

Der theoretische Wert für die Phasenverschiebung ergibt sich nach Gleichung (3) für den Widerstand  $\mathfrak{z} = R + j\omega L$  (denn wir betrachten  $U_{L+R}$ ):

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

Nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung gilt

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{1}{\left(1 + \frac{\omega R L}{R}\right)^2} \left\{ \left[ \frac{\sigma_{\omega L}}{R} \right]^2 + \left[ \frac{\omega \sigma_L}{R} \right]^2 + \left[ \frac{\omega L \sigma_R}{R^2} \right]^2 \right\}.$$

Wir setzen die Werte aus (7) und Tab. 1 ein und erhalten

$$\varphi_{\text{theoretisch}} = 1.38 \pm 0.03.$$

## 4.2 Parallelkreis

Nun soll noch die gesamte Impedanz des Parallelkreises gegen die Kreisfrequenz  $\omega$  aufgetragen werden. Die Impedanz errechnen wir wie im ersten Teil als Quotient aus Spannung und Stromstärke. Auch die Fehlerrechnung übernehmen wir von dort. Der entstehende Plot ist in Abb. 8 dargestellt. Für die Theoriekurve erhalten wir nach einigem Umformen nach den oben beschriebenen Gesetzen

$$z(\omega) = \left\{ \left[ \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \right]^2 + \left[ \omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right]^2 \right\}^{-\frac{1}{2}}.$$

Dabei setzen wir die im ersten Teil bestimmten Werte für  $L$  und  $C$  ein und für  $R$  den ohmschen Widerstand der Spule + den Widerstand des Amperemeters ein. Wir betrachten eine Parallelschaltung aus Kondensator und einer Reihenschaltung aus Spule und dem ohmschen Widerstand von Spule und Amperemeter.

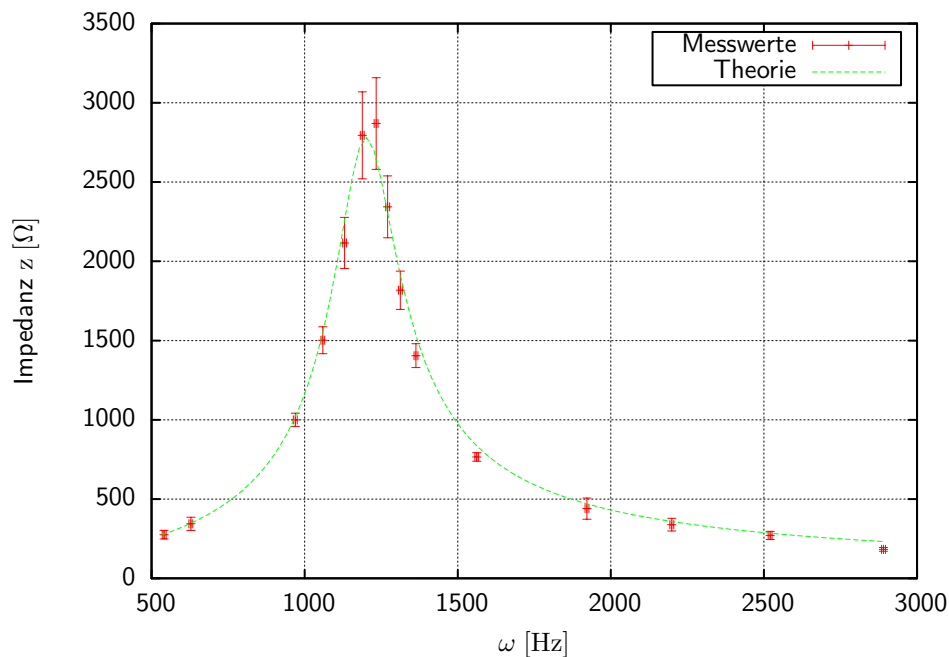


Abbildung 8: Auswertung der Impedanz im Parallelkreis

## 5 Diskussion

Abschließend wollen wir die Güte der Ergebnisse und mögliche Fehlerquellen diskutieren.

### 5.1 Bewertung der Ergebnisse

Die bestimmten Ergebnisse sind im Wesentlichen die komplexen Widerstände der Bauteile und die daraus folgende Resonanzfrequenz. Ein Vergleich mit einem Literaturwert ist also nicht möglich. Dafür wurden die Größen  $\omega_R$ ,  $L$ ,  $R_L$ ,  $C$  auf verschiedene Arten bestimmt. Um die Güte der Ergebnisse zu bewerten, erscheint es also zweckmäßig, diese unterschiedlichen Ergebnisse auf Konsistenz hin zu untersuchen. Neben den eben vorgestellten Auswertungen haben wir die Eigenschaften der Bauteile auch noch mit einem Multimeter gemessen. Eine Übersicht über die verschiedenen Ergebnisse ist in Tab. 2 gegeben.

Die Fehlerintervalle der Größen, die auf verschiedenen Wegen bestimmt wurden, überlappen sich.

Anzumerken ist außerdem, dass die in Abb. 4, 5, 8 zu den Messwerten gezeichneten Theoriekurve mit den entsprechend bestimmten Parameter recht gut mit den Messdaten übereinstimmen. Die Fehler sind so gut wie immer im Bereich der Fehlertoleranz.

Auch die Werte für  $\varphi$  passen gut zueinander.

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass die Ergebnisse im Rahmen der Messungenauigkeiten (vor allem bei den Multimetern waren dieses teilweise recht hoch) plausibel erscheinen.

	$R_L$ [ $\Omega$ ]	$C$ [ $\mu\text{F}$ ]	$L$ [mH]	$\omega_R$ [Hz]
lineare Regression	$70 \pm 31$		$385 \pm 6$	
Impedanz	$68 \pm 16$			$1203 \pm 6$
Phasenverschiebung				$1197 \pm 6$
Zusammenfassung	$68 \pm 13$	$1.80 \pm 0.04$		$1200 \pm 5$
Multimeter	$65.2 \pm 4$	$1.77 \pm 0.2$		

Tabelle 2: Übersicht über die verschiedenen Ergebnisse. Die Fehler der Messungen mit dem Multimeter entsprechen der Anleitung des Gerätes.

## 5.2 Fehlerquellen

Da die Ergebnisse konsistent sind, kann davon ausgegangen werden, dass die Fehler im Wesentlichen richtig abgeschätzt wurden. Maßgeblich sind vor allem immer die Fehler der Multimeter. Auch die lineare Regression in der ersten Auswertung berücksichtigt im Gegensatz zu einem `gnuplot`-Fit diese Fehler. Dies spiegelt sich auch im Ergebnis für  $R$  wieder.  $L$  wurde in dieser Messung jedoch ziemlich genau bestimmt. Kleinere Fehler könnten z.B. in der Messung der Phasenverschiebung beim Oszilloskop auftreten. Die Frequenz der Spannung haben wir ebenfalls mit dem Oszilloskop gemessen, um eine Fehlerabschätzung zu ermöglichen. Dies wäre mit der anderen Anzeige nicht möglich gewesen. Schwierig war z.B. der Bereich kleiner Frequenzen aller drei Bauteile in Reihe. Dort sah die Funktion am Oszilloskop kaum wie ein Sinus aus.

## Literatur

- [1] *Lernportal der Universität Göttingen: Wechselstromwiderstände*, <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4165>, abgerufen 9.10.2013
- [2] PHILIP R. BEVINGTON, D. KEITH ROBINSON (2003): *Data reduction and error analysis for the physical sciences*, 3. Auflage, McGraw-Hill