

**Versuch 5:
Kapillarität und Viskosität**



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Kapillarität	3
2.2	Viskosität	4
2.3	Mohrsche Waage	5
3	Durchführung	6
3.1	Kapillarität	6
3.2	Viskosität	6
4	Auswertung	8
4.1	Oberflächenspannung	8
4.2	Viskosität von destilliertem Wasser	8
4.2.1	Bestimmung aus den Messwerten	8
4.2.2	Bestimmung aus der Fitgeraden	9
5	Diskussion	9



PRAKTIKANTEN:
Fabian Heimann,
Lars Niklas Brinkschmidt

DURCHFÜHRUNG:
23.05.2013

1 Einleitung

Kapillarität und Viskosität sind Phänomene, die uns in der Alltagswelt immer wieder begegnen. Viskosität ist zum Beispiel ein wichtiges Kriterium dafür, welches Motoröl ein Motor benötigt. Früher musste man im Sommer und im Winter unterschiedliche Motoröle verwenden. Kapillarität spielt eine wichtige Rolle im Transport von Nährstoffen und Wasser in Pflanzen. Das Wasser steigt hierbei in sehr dünnen Kanälen auf. Kapillarität kann ebenfalls beim Aufsteigen von Wasser an den Außenwänden von Häusern beobachtet werden, wenn dies nicht durch eine geeignete Isolierung verhindert wird. Im folgenden Versuch haben wir einige Experimente gemacht, um Kapillarität und Viskosität von verschiedenen Flüssigkeiten zu beobachten.

2 Theorie

2.1 Kapillarität

Der Effekt der Kapillarität von Flüssigkeiten lässt sich durch die sog. *Kohäsionskräfte* zwischen verschiedenen Molekülen erklären. Dies sind zum einen *Dipol-Dipol-Kräfte*. Diese entstehen dadurch, dass viele Moleküle keine homogene Ladungsverteilung aufweisen. In erster Näherung lassen sich diese Ladungsverteilungen als Dipole darstellen. Zwischen zwei Dipolen, also Molekülen, wirken elektrischen Kräfte. Diese spielen z.B. im Wasser eine wichtige Rolle.

Ein weiteres Beispiel für Kohäsionskräfte sind die sog. *Van-der-Waals-Kräfte*. Diese entstehen durch die Bewegung der Elektronen um die Atomkerne. Die Position eines Elektrons lässt sich nur mithilfe einer Wahrscheinlichkeitsfunktion beschreiben; die genaue Position ist zu keinem Zeitpunkt bekannt. Durch diese Schwankungen in der Ladungsverteilung entstehen natürlich auch Schwankungen in den Kräften. Außerdem werden bei mehreren Molekülen untereinander Ladungen induziert. Dieses Phänomen führt oft zu anziehenden Kräften zwischen den Molekülen. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Kohäsionskräfte zwischen verschiedenen Molekülen eine Anziehung dieser untereinander bewirken.

Im Inneren einer Flüssigkeit ist die Summe der Kräfte auf ein Molekül gleich 0. Am Rand treten aber Kräfte auf, die die Randmoleküle nach innen ziehen. Dies führt zu einer Oberflächenspannung der Flüssigkeit. Diese kann z.B. sehr anschaulich bei der Bildung von Wassertropfen beobachtet werden. Um quantitative Aussagen über diesen Effekt machen zu können, führen wir die Oberflächenspannung σ ein. Diese wird definiert als Quotient aus der Arbeit, die verrichtet werden muss, um die Oberfläche der Flüssigkeit um einen bestimmten Betrag zu erweitern und diese Änderung der Oberfläche:

$$\sigma = \frac{dW}{dA}, \quad dW = \sigma \cdot dA. \quad (1)$$

σ ist bei gleichen Rahmenbedingungen (Temperatur) eine Eigenschaft der verwendeten Flüssigkeit.

Nun betrachten wir den Fall von zwei unterschiedlichen Materialien, z.B. einer Flüssigkeit und einem Festkörper. Zwischen den Grenz-molekülen wirken aufgrund verschiedener Effekte Kräfte, die wir als *Adhäsionskräfte* bezeichnen. Wenn im Fall Flüssigkeit-Festkörper die Adhäsionskräfte größer sind als die Kohäsionskräfte, findet eine Benetzung der Oberfläche des Festkörpers statt, ansonsten eine Tropfenbildung.

Wir betrachten diesen Effekt in einem dünnen Röhrchen, einer sog. Kapillare. Dort steigt die Flüssigkeit abhängig von den Kohäsions- und Adhäsionskräften im Röhrchen auf, und zwar solange, bis die entstehende Kraft im Gleichgewicht mit der Gravitationskraft ist. Für die Gewichtskraft gilt $F_G = m \cdot g$, für eine Kapillare mit Radius r , Steighöhe h und Dichte der Flüssigkeit ρ folgt daraus

$$F_G = \pi \cdot r^2 \cdot h \cdot \rho \cdot g. \quad (2)$$

Für die Randkraft gilt nach Gl. (1) mit $A = 2\pi r h$ folgendes:

$$F_R = \frac{d}{dh} \sigma \cdot 2\pi r \cdot h = 2\pi r \sigma. \quad (3)$$

Gleichsetzen dieser beiden Formeln liefert

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot h \rho g r. \quad (4)$$

2.2 Viskosität

Viskosität ist ein Effekt, der auftritt, wenn eine Flüssigkeit in einer Röhre fließt. Am Rand des Flüssigkeitsstromes werden die Moleküle durch Reibung mit der Wand abgebremst. Das führt dazu, dass sich innerhalb der Strömung ein Geschwindigkeitsgefälle aufbaut. Für die Reibungskraft an den Wänden gilt

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dx}. \quad (5)$$

Dabei ist A die Berührungsfläche, v die Geschwindigkeit der Flüssigkeit und η die Viskosität. Ist F_R klein im Vergleich zu den beschleunigenden Kräften, entsteht ein relativ gleichmäßiger Flüssigkeitsstrom ohne Verwirbelungen. Man spricht dann von einer *laminaren Strömung*. Das Gegenteil ist eine *turbulente Strömung*. Ein Maß dafür, bei welcher Geschwindigkeit der Übergang zwischen laminarer und turbulenter Strömung stattfindet, liefert die sog. *Reynolds-Zahl* R . Sie ist wie folgt definiert:

$$R = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta}, \quad (6)$$

wobei l die Länge des Rohres ist, indem die Flüssigkeit fließt.

Fließt nun eine Flüssigkeit durch ein Rohr, entsteht ein Gleichgewicht zwischen Reibungskraft und wirkender Druckkraft:

$$F_R = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dx} = F_P = \pi r^2 (p_1 - p_2). \quad (7)$$

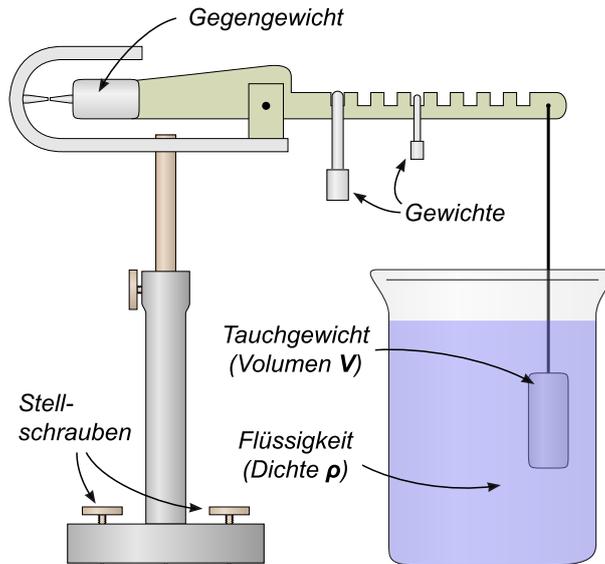


Abbildung 1: Typischer Aufbau der Mohrschen Waage: Der Aufbau entspricht im Prinzip einer klassischen Balkenwaage; auf der linken Seite befindet sich ein Gegengewicht, auf der rechten Gewichte in verschiedenen Abständen und ein Tauchgewicht, das vollständig in der zu untersuchenden Flüssigkeit schwimmt. [4]

Umstellen der Gleichung und Integration liefert

$$-\frac{4\eta l}{p_1 - p_2} = r^2 + c \quad (8)$$

mit der Integrationskonstante c . Es ist $c = -R^2$, da am Rand die Geschwindigkeit 0 vorherrscht. Für einen Hohlzylinder gilt dann

$$dV = 2\pi r v t \cdot dt. \quad (9)$$

Nun setzen wir in diese Formel den Ausdruck für v aus (8) ein und integrieren. Damit erhalten wir das *Hagen-Poisellesche Gesetz* für laminare Strömungen

$$\dot{V} = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta l} \cdot R^4. \quad (10)$$

2.3 Mohrsche Waage

Die Mohrsche Waage ist ein Apparat zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten. Ein typischer Aufbau ist in Abb. 1 zu sehen.

Sie besteht im Prinzip aus einer normalen Balkenwaage. Am einen Arm hängt dabei ein Gegengewicht; auf der anderen Seite werden verschiedene Gewichte zum Einstellen der

Gleichgewichtslage neben ein Tauchgewicht gehängt, das komplett in der zu untersuchenden Flüssigkeit untergetaucht ist. Vor Benutzung der Waage wird das Ausgleichsgewicht so justiert, dass es die Schwerkraft des Tauchgewichtes ausgleicht. Dann wird das Tauchgewicht in die Flüssigkeit gehängt und zusätzliche Gewichte so lange angebracht, bis die Waage wieder im Gleichgewicht ist. Dabei gilt das Hebelgesetz. Seien m_i die befestigten Massen und r_i ihr Abstand zum Aufhängepunkt, r der Abstand des Tauchgewichtes zum Aufhängepunkt und F_A die Auftriebskraft auf das Tauchgewicht. Dann gilt

$$r \cdot F_A = g \sum_i m_i \cdot r_i. \quad (11)$$

3 Durchführung

Der Versuch besteht aus 2 Teilen.

3.1 Kapillarität

Für den Teil des Versuches zur Kapillarität verwenden wir ein Becherglas, das mit einer der drei Flüssigkeiten Wasser, Methanol oder Ethylenglykol gefüllt ist, und halten eine Kapillare hinein. Dann wird der Unterschied zwischen dem Flüssigkeitsspiegel außerhalb und innerhalb der Kapillare an einer Skala an der Kapillare abgelesen. Dies wiederholen wir für 3 verschiedene Kapillaren drei mal. Danach wird mit der Mohrschen Waage (siehe oben) die Dichte der Flüssigkeit gemessen. Außerdem bestimmen wir mit einem Lichtmikroskop die Dicke der Kapillaren.

3.2 Viskosität

Im zweiten Teil des Versuches geht es um Viskosität. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2 dargestellt. Er besteht aus einem langen, vertikal aufgestellten Glaszylinder, an dessen unterem Ende eine der Kapillaren angebracht ist.

In einem ersten Versuch füllen wir den Glaszylinder mit einer bestimmten Menge Wasser und messen für alle drei Kapillaren die Zeit, die es braucht, bis das Wasser bis zu einer tiefer liegenden Markierung ausgeströmt ist. In einem zweiten Teil messen wir für die dünnste Kapillare einen zeitlichen Verlauf der Höhe des Wasserspiegels.

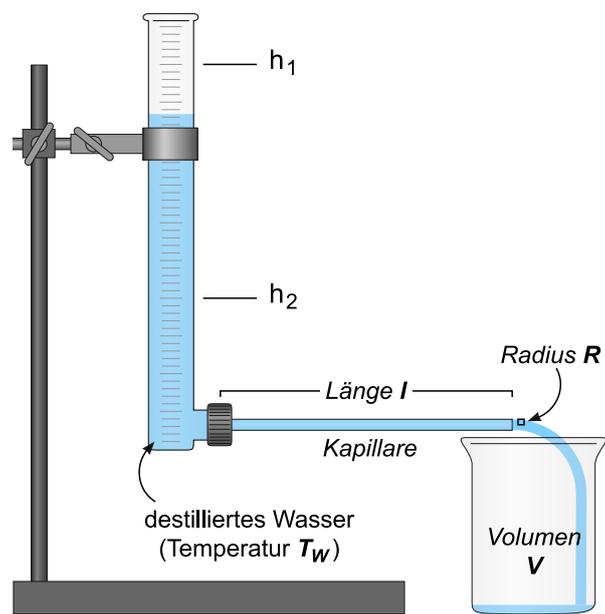


Abbildung 2: Versuchsaufbau zur Messung der Viskosität. An einem vertikal aufgestelltem langen Glaszylinder ist unten eine Kapillare angebracht, durch die das Wasser aus dem Glaszylinder strömt. [4]

4 Auswertung

Aus den gemessenen Durchmessern einer Küvette wurden die jeweiligen Radien berechnet und davon der Mittelwert gebildet. Der Fehler wurde mit der Formel für den Mittelwertfehler berechnet. Es ergaben sich folgende Werte:

Rotes Kapillar	$(0,438 \pm 0,008)$	mm
Blaues Kapillar	$(0,5 \pm 0,2)$	mm
Grünes Kapillar	$(0,90 \pm 0,05)$	mm

4.1 Oberflächenspannung

Die Dichten der jeweiligen Flüssigkeiten wurden mit der Mohrsche Waage bestimmt. Dazu wurde die Dichte von Wasser mit $\rho_w = 1 \frac{g}{cm^3}$ als bekannt vorausgesetzt und dadurch dann mit Formel 11 die Dichten von Methanol und Ethylenglycol bestimmt:

Flüssigkeit	Gemessener Wert $[\frac{g}{cm^3}]$	Literaturwert $[\frac{g}{cm^3}]$
Methanol	0,831	0,810
Ethylenglycol	1,114	1,113

Für die jeweilige Höhe in den Kapillaren wurde der Mittelwert gebildet:

Flüssigkeit	Braunes Kapillar	Blaues Kapillar	Grünes Kapillar
Wasser	$(33,5 \pm 0,2)mm$	$(21,7 \pm 0,3)mm$	$(14,8 \pm 0,3)mm$
Methanol	$(12,3 \pm 0,3)mm$	$(9,8 \pm 0,8)mm$	$(6,2 \pm 0,2)mm$
Ethylenglycol	$(22,5 \pm 0,2)mm$	$(16,5 \pm 0,2)mm$	$(11,3 \pm 0,1)mm$

Um nun die Oberflächenspannung der Flüssigkeiten zu bestimmen wurde jeweils für jedes Kapillar, mit den jeweiligen Werten für ρ , r und h die Oberflächenspannung nach Formel 4 berechnet und dann der Mittelwert über die Werte für alle Kapillarn gebildet. Der Fehler ist wieder der Mittelwertfehler. Es ergeben sich folgende Oberflächenspannungen:

Flüssigkeit	Wert	Literaturwert
Wasser	$(57,9 \pm 6,5)$	$10^{-3} \frac{N}{m}$ 72,75
Methanol	$(22,30 \pm 2,17)$	$10^{-3} \frac{N}{m}$ 22,0
Ethylenglycol	$(51,7 \pm 3,9)$	$10^{-3} \frac{N}{m}$ 48,0

4.2 Viskosität von destilliertem Wasser

4.2.1 Bestimmung aus den Messwerten

Nach dem Gesetz von Hagen-Poiseulle gilt:

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot R^4 \cdot t \quad \Leftrightarrow \quad \eta = \frac{\pi \cdot \Delta p}{8 \cdot \dot{V} \cdot l} \cdot R^4 \cdot t \quad (12)$$

Aus der Größe des Glasgefäßes folgt

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{t} \quad \text{und} \quad \Delta p = \rho \cdot g \cdot h = 490,5 \text{ Pa.} \quad (13)$$

Somit lässt sich für jede Küvette die zugehörige Viskosität bestimmen. Der resultierende Wert ist $\eta = (3 \pm 2) \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

4.2.2 Bestimmung aus der Fitgeraden

Für das Volumen eines Zylinders mit dem Radius R gilt: $dV = \pi \cdot R^2 \cdot dh$. Steht der Zylinder außerdem senkrecht, so gilt ebenfalls $\Delta p = \rho \cdot g \cdot h$. Durch Einsetzen in Gleichung 10, Trennung der Variablen und Integration erhält man für die Höhe h der Wassersäule im Zylinder:

$$h(t) = e^{-\frac{\rho \cdot g}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \cdot R^2 \cdot t + c_0} = h_0 \cdot e^{-\frac{\rho \cdot g}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \cdot R^2 \cdot t}. \quad (14)$$

Da $h(t)$ exponentiell wächst, gilt also

$$\log(h(t)) = -\frac{\rho \cdot g}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \cdot R^2 \cdot t + c_0. \quad (15)$$

Trägt man nun die Höhe h halblogarithmisch über der Ausflusszeit t auf und macht einen linearen Fit, so folgt, dass

$$\eta = -\frac{\rho \cdot g}{8 \cdot l \cdot r^2 \cdot a} \cdot R^2, \quad (16)$$

wobei a die Steigung der Fitgeraden ist. Es ergibt sich Abb.3 Die Steigung der Fitgeraden ist $a = -(139,2 \pm 0,6) \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}^2}{\text{Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^2}$. Dabei wird der Fehler mit Hilfe der Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{R^3 \cdot g \cdot \rho_F}{2 \cdot r^2 \cdot l \cdot a} \sigma_R\right)^2 + \left(\frac{R^4 \cdot g \cdot \rho_F}{8 \cdot r^2 \cdot l^2 \cdot a} \sigma_l\right)^2 + \left(\frac{R^4 \cdot g \cdot \rho_F}{16 \cdot r^3 \cdot l \cdot a} \sigma_r\right)^2 + \left(\frac{R^4 \cdot g \cdot \rho_F}{8 \cdot r^2 \cdot l \cdot a^2} \sigma_a\right)^2}$$

Folgende Fehler wurden angenommen: $\sigma_R = 10^{-5} \text{ m}$, $\sigma_r = \sigma_l = 0,002 \text{ m}$. Damit ergibt sich eine Viskosität von $\eta = (10 \pm 2) \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Der Literaturwert für 20°C liegt bei $\eta = 10,02 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

5 Diskussion

Bei der Berechnung der Oberflächenspannungen liegen die Literaturwerte für Methanol und Ethylenglycol innerhalb der Fehlerwerte für die experimentellen Werte, was eine positive Beurteilung dieser Ergebnisse möglich macht. Der Wert für Wasser hingegen weicht um 20% von dem Literaturwert ab, was sich nicht durch einen systematischen Fehler erklären lässt. Hier muss es sich um Messfehler handeln.

Der aus den Messwerten ermittelte Wert für die Viskosität weicht ums dreifache bei einem hohen Fehlerwert vom Literaturwert ab. Allerdings liegt auch hier der Literaturwert noch innerhalb der Fehlergrenzen. Der aus dem linearen Fit ermittelte Wert hingegen ist sehr nah an dem Literaturwert, auf 2% genau.

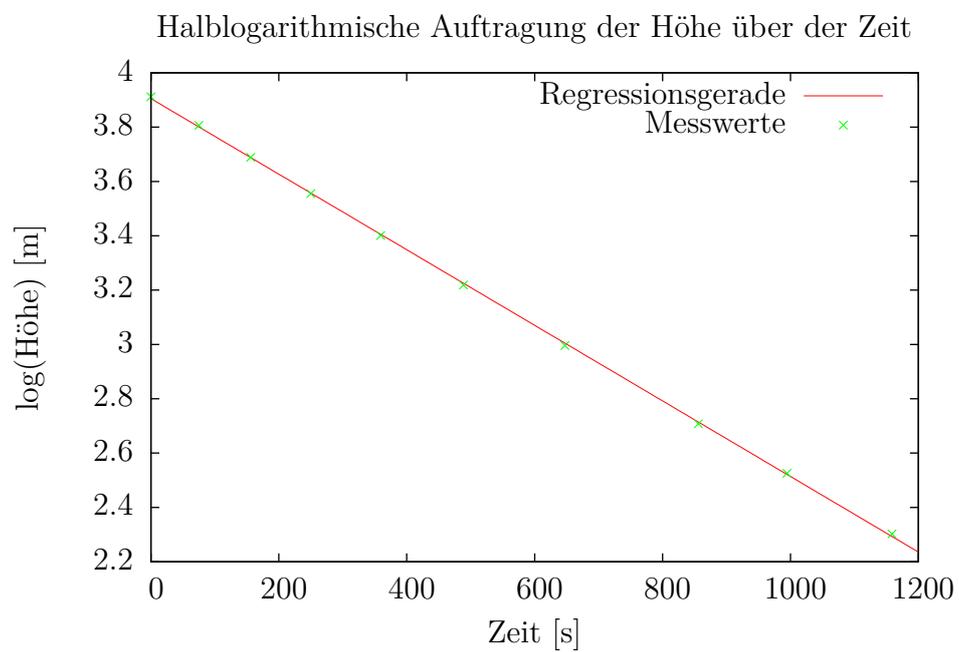


Abbildung 3: Messwerte und Regressionsgrade, Höhe einer Wassersäule mit Ablauf über ein Kapillar gegen Zeit aufgetragen.

Literatur

- [1] DIETER MESCHEDE (2010): *Gerthsen Physik*, 24. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York
- [2] WOLFGANG DEMTRÖDER (2008): *Experimentalphysik I: Mechanik und Wärme*, 5. Auflage, Springer Berlin Heidelberg
- [3] WOLFGANG NOLTING (2011): *Grundkurs Theoretische Physik 1: Klassische Mechanik*, 9. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York
- [4] *Lernportal der Universität Göttingen: Kapillarität und Viskosität*, <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3638>, abgerufen 25.05.2013
- [5] KOPCZYNSKA, A. ; EHRENSTEIN, G. W. (2007): *Oberflächenspannung von Kunststoffen* <http://www.lkt.uni-erlangen.de/publikationen/online-aufsaeetze/oberflaechenspannungen.shtml> abgerufen am 25.05.2013