



Versuch 7:
Der Adiabatenexponent



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Adiabatexponent nach Ruchardt	3
2.2	Adiabatexponent nach Clement-Desormes	4
3	Durchführung	5
3.1	Aufbau	5
3.2	Durchführung	5
3.2.1	Methode nach Rückhardt	5
3.2.2	Methode nach Clement-Desormes	7
4	Auswertung	8
4.1	Berechnung nach Rückhardt	8
4.1.1	Berechnung der Freiheitsgrade	8
4.2	Berechnung nach Clement-Desormes	8
4.2.1	Berechnung des Wertes aus beiden Ergebnissen	8
5	Diskussion	9
5.1	Versuch nach Rückhardt	9
5.2	Versuch nach Clement-Desormes	9



PRAKTIKANTEN:
Fabian Heimann,
Lars Niklas Brinkschmidt

DURCHFÜHRUNG:
06.06.2013

1 Einleitung

In diesem Versuch soll der Adiabatenexponent $\kappa = c_p/c_V$ mit zwei unterschiedlichen Verfahren gemessen. Als erstes mit der Methode nach RÜCHARDT für Kohlenstoffdioxid, Argon und Luft, danach mit der Methode nach CLEMENT-DESORMES für Luft.

2 Theorie

Der Adiabatenexponent ist definiert als

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V}, \quad (1)$$

wobei c_p die Wärmekapazität bei konstantem Druck bezeichnet und c_V die bei konstantem Volumen.

Für adiabatische Prozesse gilt die Adiabatengleichung

$$p \cdot V^\kappa = \text{konst.} \quad (2)$$

Berechnung des Adiabatenexponenten über die Freiheitsgrade Der Adiabatenexponent kann auch aus der Anzahl der Freiheitsgrade des Systems berechnet werden. Dazu verwenden wir die in [2] hergeleitete Formel

$$\frac{c_V}{R} = \frac{f}{2}, \quad (3)$$

wobei f die Anzahl der Freiheitsgrade und R die universelle Gaskonstante bezeichnen. Außerdem gilt

$$c_p = c_V + R. \quad (4)$$

Einsetzen dieser beiden Gleichungen liefert

$$\kappa = \frac{f + 2}{f}. \quad (5)$$

2.1 Adiabatenexponent nach Rückhardt

Bei der Methode zur Bestimmung des Adiabatenexponenten nach Rückhardt wird in ein Glasgefäß (siehe Schema 2), das mit einem Pömpel verschlossen ist, Gas hineingepumpt. Da der Druck steigt, steigt der Pömpel. Am Punkt $x = 0$ befindet sich ein kleines Loch, sodass sich der Druck wieder abbauen kann, wenn der Pömpel bis dorthin gestiegen ist. Nun sinkt der Pömpel wieder nach unten, durch das Loch kann jetzt kein Gas mehr entweichen und es baut sich wieder ein Druck auf und der ganze Vorgang beginnt von neuem. Es entsteht also eine Schwingung des Pömpels im Glasrohr.

Für die Gleichgewichtslage gilt:

$$m \cdot g + P_{\text{außen}} \cdot A = P_{\text{innen}} \cdot A \quad \Leftrightarrow \quad P_{\text{innen}} = P_{\text{außen}} + \frac{m \cdot g}{A} \quad (6)$$

Schwingt der Pömpel um Δx , so ändert sich der Druck um dP . Es ergibt sich die Bewegungsgleichung

$$m \cdot \ddot{x} = A \cdot dP. \quad (7)$$

Da nach der Poisson-Gleichung $P \cdot v^k$ konstant ist, folgt

$$d(P \cdot v^k) = dP \cdot V^k + P \cdot k \cdot V^{k-1} \cdot dV = 0 \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow dP = -k \cdot P \cdot \frac{dV}{V} = -k \cdot P \cdot \frac{A \cdot \Delta x}{V} \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \ddot{x} = -k \cdot P \cdot \frac{A^2 \cdot x}{V}. \quad (10)$$

Durch Lösen dieser Differentialgleichung ergibt sich für die Periodendauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot V}{k \cdot P \cdot A^2}} \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot V}{P \cdot A^2 \cdot T^2}. \quad (11)$$

Da die Luft mitschwingt ist $m_{eff} = m + m_{Luft}$. Mit $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$ ergibt sich für k :

$$k = \frac{64 \cdot m_{eff} \cdot V}{P \cdot d^4 \cdot T^2}. \quad (12)$$

2.2 Adiabatenexponent nach Clement-Desormes

Bei dieser Bestimmungsmethode wird das Verhalten von Gasen bei verschiedenen Zustandsänderungen benutzt:

Zuerst wird in einem Behälter der Druck mit einem Blasebalg erhöht. (siehe auch Abb. 3) Dabei steigt im Inneren des Behälters mit dem Druck ebenfalls die Temperatur, da das Volumen gleich bleibt und, da der Druck relativ schnell erhöht wird, kein Temperatúrausgleich während der Druckerhöhung stattfindet. Nach einiger Zeit hat ein sich die Temperatur im Behälter an die Außentemperatur angeglichen und der Druck wird nun gemessen. Im zweiten Schritt wird nun Gas über ein Ventil aus dem Behälter gelassen. Nun befindet sich Gas mit einer geringeren Temperatur als die Umgebung im Behälter. Nach einem Temperatúrausgleich wird wieder die Temperatur gemessen (vgl. Abb. 1).

Da die erste Zustandsänderung adiabatisch ist, gilt $P_1 \cdot V_1^k = P_2 \cdot V_2^k$, also $(P_{außen} + \Delta P_1) = P_{außen} \cdot (V_0 + \Delta V)^k$. Mit der Näherung $\Delta V \ll V_0$ folgt

$$\frac{\Delta P_1}{k \cdot P_{außen}} \approx \frac{\Delta V}{V}. \quad (13)$$

Für die Temperatur von Zustand 1 auf 2 gilt $T_1 \cdot V_1^{k-1} = T_2 \cdot V_2^{k-1} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_0} = (k-1) \cdot \frac{\Delta V}{V_0}$. Mit Gleichung 13 folgt damit $\frac{\Delta T}{T_0} = (k-1) \cdot \frac{\Delta P_1}{k \cdot P_{außen}}$.

Da bei Zustand 3 auf 4 das Volumen konstant ist, gilt:

$$\frac{P_{außen}}{P_{außen} + \Delta P_2} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0}. \quad (14)$$

Nach Umformen und der Näherung $\Delta P_1 \cdot \Delta P_2 \ll P_{außen}$ ergibt sich schließlich

$$k \approx \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2}. \quad (15)$$

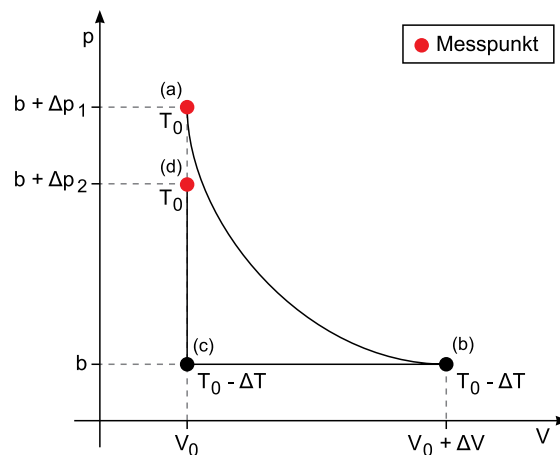


Abbildung 1: Zustandsänderungen bei Clement-Desormes [3]

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Der Aufbau des Versuches zur Bestimmung des Adiabatenexponenten nach Rüchardt wurde in großen Teilen bereits oben beschrieben und ist in Abb. 2 dargestellt: Am Glasgefäß befindet sich ein Einlass für das Gas, davor ist ein Ventil angebracht, mit dem der Glas Kolben entlüftet werden kann. Der Schlauch mit dem Gas führt zu einem Regulierventil, an dem eingestellt werden kann, wie viel Gas in den Kolben strömt. Der Schlauch führt weiter zu der Gasversorgung, wobei es drei Anschlüsse gibt: Einen für Luft, einen für Argon und einen für Kohlenstoffdioxid.

Im Glasrohr, dass nach oben führt, befindet sich die kleine Öffnung, durch die Gas entweichen kann. Außerdem ist am Rohr noch eine Lichtschranke angebracht, die an einen elektronischen Zähler mit Stoppuhr angeschlossen ist, der für eine einstellbare Anzahl an Schwingungen die Dauer bestimmen kann.

Der schematische Aufbau für den Versuch von Clement-Desormes ist noch einmal in Abb. 3 dargestellt: Das Manometer besteht aus einem Glasröhrchen, in dem sich eine Flüssigkeit befindet. Sie steigt bei Druckerhöhung im Inneren des Glasbehälters an. Auf dem Rohr ist eine Skala angebracht, so dass die jeweilige Höhe der Flüssigkeit abgelesen werden kann. Mit dem Entlüftungsventil kann kurzzeitig ein Druckausgleich mit der Umgebung herbeigeführt werden und mit dem Blasebalg wird der Druck im Inneren erhöht.

3.2 Durchführung

3.2.1 Methode nach Rückhardt

- (1) Als erstes wird das Gasregulierungsventil aufgedreht. Um die Luft im Kolben gänzlich auszutauschen, muss nun auch das Entlüftungsventil für ca. 3 Minuten geöffnet

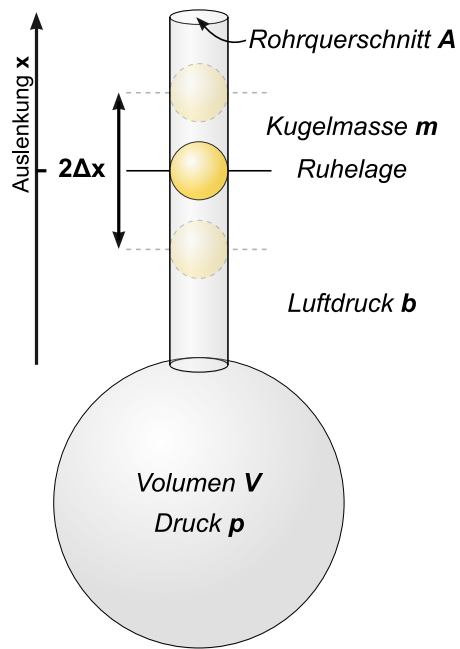


Abbildung 2: Versuch zur Bestimmung des Adiabatenexponenten nach Rüchardt [3]

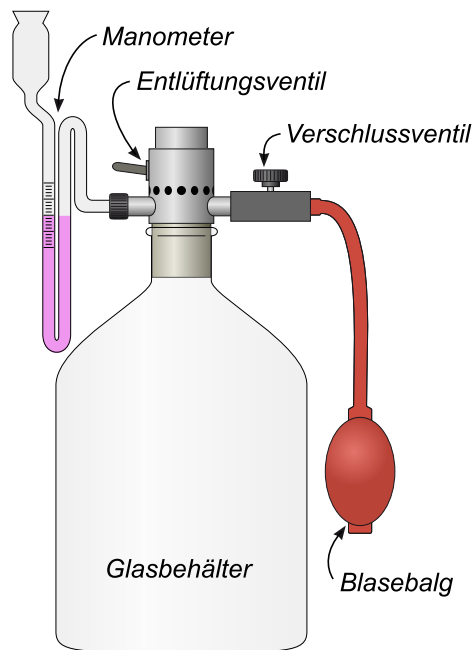


Abbildung 3: Versuch zur Bestimmung des Adiabatenexponenten nach Clement-Desormes [3]

werden; andernfalls könnten die Messergebnisse verfälscht werden. Für die Messung wird das Entlüftungsventil wieder geschlossen. Vor jedem Gasaustausch wird dieser Schritt wiederholt.

- (2) Nun wird das auf dem Tisch befestigte Regulierungsventil langsam aufgedreht. Der Pömpel beginnt sich zu heben und Schwingungen auszuführen, dabei wird das Regulierventil so weit geöffnet, bis sich eine symmetrische Schwingung eingestellt hat, ohne dass der Pömpel anschlägt.
- (3) Die Stoppuhr wird nacheinander auf 1, 10, 20, 50 und 100 Schwingungen eingestellt und die Messung mit dem Startknopf gestartet. Nach der erforderlichen Zeit wird das Messergebnis auf dem LED-Display des Zählers angezeigt. Dies wird 10 mal für 1 Schwingung und jeweils 3 mal für 10, 20, 50 und 100 Schwingungen durchgeführt. Der ganze Schritt wird für jede Gasart wiederholt.
- (4) Die Masse des Pömpels, das Volumen, der Rohrdurchmesser, die Länge des Schwingers und seine ungefähre Auslenkung werden abgelesen, bzw. gemessen.
- (5) Nun wird der Luftdruck im Raum gemessen.

3.2.2 Methode nach Clement-Desormes

- (1) Zuerst wird mit dem Blasebalg der Druck im Glasbehälter erhöht.
- (2) Nachdem ein Temperatúrausgleich stattgefunden hat, also wenn sich die Höhe der Wassersäule im Manometer nicht mehr ändert, werden die linke und die rechte Höhe der Flüssigkeitssäule abgelesen.
- (3) Nun wird das Entlüftungsventil kurzzeitig geöffnet und nach einem Temperatúrausgleich wieder die rechte und die linke Position der Wassersäule abgelesen.
- (4) Der vorherige Schritt wurde je drei mal für die Öffnungszeiten 0,1 s, 1 s und 5 s des Entlüftungsventils ausgeführt.

4 Auswertung

4.1 Berechnung nach Rückhardt

Für die effektive Masse gilt $m_{eff} = m_{Pömpel} + m_{Stoff} = 4,88 \cdot 10^{-3} kg + \rho_{Stoff} \cdot V$, wobei V das schwingende Volumen der Luft ist, also gilt $m_{eff} = m_{Pömpel} + h_{Stoff} \cdot A \cdot \rho_{Stoff}$. h_{Stoff} ist hierbei die Höhe der Schwingung, die der Pömpel ausführt. Nun wird für jede Schwingung mit Hilfe von Formel 12

$$k = \frac{64 \cdot m_{eff} \cdot V}{P \cdot d^4 \cdot T^2}$$

jeweils für die gemessenen Periodendauern von 1, 10, 20, 50 und 100 Schwingungen der Adiabatenexponent berechnet und dann für jedes Gas der Mittelwert berechnet. Für die drei Gase ergeben sich folgende Werte:

4.1.1 Berechnung der Freiheitsgrade

Nach Formel (5) gilt $f = \frac{2}{k-1}$. Der Fehler berechnet sich durch

$$\sigma_f = \sigma_k \cdot \frac{2}{(k-1)^2}. \quad (16)$$

Es ergeben sich folgende Freiheitsgrade:

4.2 Berechnung nach Clement-Desormes

Wie im Abschnitt Theorie hergeleitet berechnet sich der Adiabatenexponent nach Formel 15. Dies wurde für alle Daten gemacht und dann der Mittelwert berechnet, wobei sich der Fehler ergibt durch:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (17)$$

Es ergibt sich ein Wert von

$$k = 1,30 \pm 0,02.$$

4.2.1 Berechnung des Wertes aus beiden Ergebnissen

Der Mittelwert für den Adiabatenexponenten für Luft aus den Messungen nach Rückhardt und Clement-Desormes beträgt

$$k = 1,28 \pm 0,03. \quad (18)$$

5 Diskussion

5.1 Versuch nach Rückhardt

Auffallend ist, dass die ermittelten Werte deutlich unterhalb der theoretisch zu erwartenden Werte liegen. Dies lässt auf einen systematischen Fehler schließen. Ein Fehler ist sicherlich, dass bei dem Versuch nach Rückhardt Reibungseffekte vernachlässigt wurden, möglicherweise war auch der Druckausgleich nicht sehr gut. Eine mögliche Erklärung könnte sein, dass der Luftaustausch nicht gut durchgeführt wurde. Der Mittelwertsfehler war ebenfalls zu gering, was ebenfalls die These eines systematischen Fehlers untermauert. Da die Werte recht stark von den theoretischen Werten abweichen, weichen ebenfalls die ermittelten Freiheitsgrade stark von den tatsächlichen Freiheitsgraden ab: Da Luft hauptsächlich aus Stickstoff und Sauerstoff besteht, besitzt Luft 5 Freiheitsgrade, ebenso wie Kohlenstoffdioxid. Die ermittelten 8 Freiheitsgrade von Sauerstoff sind natürlich viel zu hoch, noch schlechter sind die Werte von Kohlenstoffdioxid. Die Werte für Argon sind am besten. E

5.2 Versuch nach Clement-Desormes

Bei diesem Versuch liegt der bestimmte Wert für den Adiabatenexponenten viel näher am theoretisch zu erwartenden Wert als beim ersten Versuch, ist aber immer noch etwas zu niedrig. Möglicherweise ist dies dadurch zu erklären, dass bei den Öffnungszeiten des Druckausgleichsventils doch ein kleiner Temperatursausgleich mit der Umgebung stattgefunden hat. Da beide Werte für den Adiabatenexponenten der Luft zu gering waren, ist natürlich auch der Mittelwert zu gering.

Stoff	$\frac{c_P}{c_V}$
Luft	$1,25 \pm 0,03$
Argon	$1,516 \pm 0,003$
Kohlenstoffdioxid	$1,219 \pm 0,003$

Luft	8 ± 1
Argon	$3,88 \pm 0,02$
Kohlenstoffdioxid	$9,1 \pm 0,2$

Literatur

- [1] DIETER MESCHEDE (2010): *Gerthsen Physik*, 24. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York
- [2] LARS BRINKSCHMIDT, FABIAN HEIMANN (2013): *Versuch 6: Spezifische Wärme der Luft und Gasthermometer*, Protokoll zum Physikalischen Anfängerpraktikum
- [3] *Lernportal der Universität Göttingen: Der Adiabatenexponent*, <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3639>, abgerufen 19.6.2013