



**Versuch 9:
Diffusion**



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Die Fickschen Gesetze	3
2.2	spezielle Lösung der Diffusionsgleichung	3
2.3	Photowiderstand	4
2.4	Wheatstonsche Brückenschaltung	4
3	Durchführung	5
3.1	Versuchsaufbau	5
3.2	Durchführung der Messung	5
4	Auswertung	7
4.1	Interpretation der Messungen	7
4.2	Bestimmung der Diffusionskonstanten	8
4.3	Konzentrationsprofil	10
5	Diskussion	11
5.1	Bestimmung der Diffusionskonstanten	11
5.2	Konzentrationsprofile	13
5.3	Diffusionskonstante aus Konzentrationsprofilen	13



PRAKTIKANT:
Fabian Heimann

MITPRATIKANT:
Lars Brinkschmidt

DURCHFÜHRUNG:
20.06.2013

1 Einleitung

Diffusion ist ein wichtiger physikalischer Prozess. Die Bedeutung des Wortes kommt vom lateinischen *diffundere*, was für „sich ausbreiten“ oder „auseinanderfließen“ steht. Bei Diffusion geht es also darum, dass sich zwei Medien, z.B. Flüssigkeiten von selbst miteinander vermischen, nachdem sie in Kontakt miteinander gebracht wurden. Dieser Effekt ist aus dem alltäglichen Leben z.B. von der Ausbreitung von Gerüchen in einem Raum bekannt. Diffusion spielt aber auch eine wichtige Rolle für den Zellstoffwechsel, Atmung oder chemische Verfahren.

In diesem Versuch geht es um die Diffusion von Wasser und Methylblau. Dazu wird der zeitliche Verlauf der Methylblau-Konzentration in Wasser beobachtet, um so die Fickschen Gesetze zu verifizieren und die Diffusionskonstante zu bestimmen.

2 Theorie

Qualitativ lässt sich Diffusion als Resultat der brownischen Molekularbewegung erklären. Durch die zufällige Bewegung der Moleküle vermischen sich die beiden Phasen sukzessive. Eine quantitative Betrachtung liefern die Fickschen Gesetze.

2.1 Die Fickschen Gesetze

Im Folgenden betrachten wir das Verhalten eines Stoffes (z.B. eines Farbstoffes), der in einem anderen Stoff (z.B. Wasser) gelöst ist. Die Konzentration des ersten Stoffes beschreiben wir durch die Größe $n(\vec{x})$, die vom Ort \vec{x} abhängt. Nun stellt sich ein Diffusionsstrom ein, der durch ein Stromdichtefeld $\vec{j}(\vec{x})$ beschrieben werden kann. Nach dem *ersten Fickschen Gesetz* ist dieses Stromdichtefeld proportional zur Änderung der Teilchendichte [2, S. 278]:

$$\vec{j}(\vec{x}) = -D \cdot \nabla n(\vec{x}). \quad (1)$$

Dabei wird die Proportionalitätskonstante D als *Diffusionskonstante* bezeichnet.

Aus der Erhaltung der Teilchenzahl folgt die Kontinuitätsgleichung [2, S. 278]

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{x}).$$

Setzen wir $\vec{j}(\vec{x})$ aus (1) hier ein, erhalten wir das *zweite Ficksche Gesetz* [2, S. 278]

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \cdot \Delta n, \quad (2)$$

das auch allgemeine Diffusionsgleichung genannt wird.

2.2 spezielle Lösung der Diffusionsgleichung

Wir suchen nun eine Lösung der Diffusionsgleichung (2) für zwei überschichtete Flüssigkeiten.

Zuerst wenden wir eine Fouriertransformation auf das zweite Ficksche Gesetz an und erhalten mit

$$\frac{\partial F(c)}{\partial t} = -k^2 \cdot DF(c)$$

eine einfache lineare Differentialgleichung, die durch eine einfache Exponentialfunktion gelöst werden kann.

$$F(c) = A \cdot e^{-k^2 Dt}, \quad F(c_{t=0}) = A$$

Die Anfangsbedingung für den betrachteten Fall lässt sich formulieren als $c_{t=0} := c_0$ für $x \leq 0$ und $c_{t=0} = 0$ sonst. Daraus erhält man für $t = 0$

$$F(c_{t=0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 c_0 \cdot e^{ikx} dx$$

Transformieren wir diese Lösung zurück, folgt nach einigen Umformungen

$$\frac{c(x, t)}{c_0} = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \operatorname{erf} \frac{x}{\sqrt{4Dt}} \right], \quad (3)$$

wobei erf die *Gaußsche Fehlerfunktion* bezeichnet. Sie ist definiert als [1, S. 297]

$$\operatorname{erf}(z) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z e^{-t^2} dt.$$

2.3 Photowiderstand

Ein Photowiderstand ist ein elektrisches Bauteil, das abhängig von der Intensität des Lichts, mit dem es bestrahlt wird, seinen Widerstand ändert. Je höher die Intensität, desto geringer ist gewöhnlich der Widerstand.

2.4 Wheatstonsche Brückenschaltung

Die Wheatstonsche Brückenschaltung ist eine Schaltung zur genauen Messung von Widerständen. Der Aufbau ist in Abb. 1 dargestellt. Die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 sind bekannt. Dann gilt für die Spannungen U_1 und U_2 [3, S. 59]

$$U_1 = U \cdot \frac{R_p}{R_1 + R_p}, \quad U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}.$$

Falls nun $\frac{R_1}{R_p} = \frac{R_3}{R_2}$, ist direkt $U_1 = U_2$ und am Amperemeter wird kein Strom gemessen. Dann ist $R_p = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_1$.

Praktisch wird am Potentiometer das Verhältnis $\frac{R_2}{R_3}$ eingestellt, sodass kein Strom mehr fließt. Wenn sich dann der Widerstand R_p leicht ändert, fließt ein Strom. Eine Wheatstonsche Brückenschaltung kann so auch verwendet werden, um den aktuellen Wert des Widerstandes R_p mit dem zum Zeitpunkt des Nullabgleiches zu vergleichen.

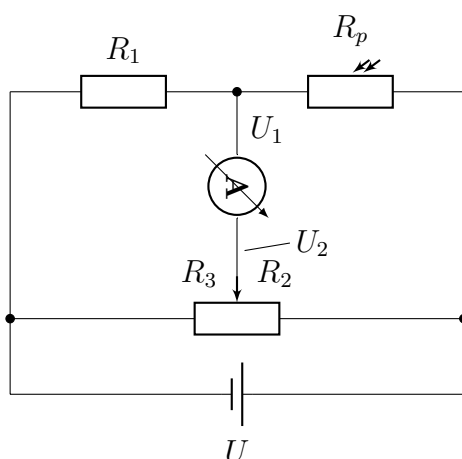


Abbildung 1: Schaltskizze einer Wheatstonschen Brückenschaltung. Sie besteht im Wesentlichen aus einer Reihenschaltung von zwei Widerständen und einem Potentiometer, die parallel an eine Spannungsquelle angeschlossen sind. Zwischen den Widerständen und dem mittleren Pol des Potentiometers wird ein Amperemeter gehängt.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2 dargestellt. Er besteht im Wesentlichen aus einer Küvette, die durch eine Quecksilber-Dampf Lampe ausgeleuchtet wird. Um die Helligkeit auf der Küvette zu erhöhen, wird das Licht durch eine Linse gebündelt. Hinter der Küvette trifft das Licht auf einen Spalt und einen Photowiderstand. Der Spalt sorgt dafür, dass immer nur ein Streifen des Lichtes aus der Küvette auf den Photowiderstand fällt. An den Photowiderstand ist eine Wheatstonsche Brückenschaltung (siehe oben) mit $U = 10\text{ V}$ angeschlossen. Die Höhe der Küvette ist verstellbar, damit die transmittierte Lichtmenge für verschiedene Streifen der Küvette gemessen werden kann.

3.2 Durchführung der Messung

Zu Beginn der Messung wird die Linse so justiert, dass das Bild des Spaltes auf dem Photowiderstand möglichst gut fokussiert ist.

Messung 1 des Konzentrationsverlaufes $\frac{c_0}{16}$ Nun beginnen wir mit der ersten Messung. Vor der Küvette wird ein Graufilter $\frac{c_0}{16}$ befestigt und die Wheatstonsche Brückenschaltung mit Hilfe des Potentiometers so eingestellt, dass kein Strom fließt. Damit ist die Schaltung so kalibriert, dass bei verschwindendem Strom die einfallende Lichtmenge gerade $\frac{c_0}{16}$ entspricht. Als nächstes wird eine Küvette zu etwa $3/4$ mit destilliertem Wasser und zu $1/4$ mit Methylblau gefüllt. Die Küvette wird in den Strahlengang eingespannt und die Höhe so eingestellt, dass an der Wheatstonschen Brückenschaltung kein Strom fließt. Da nun

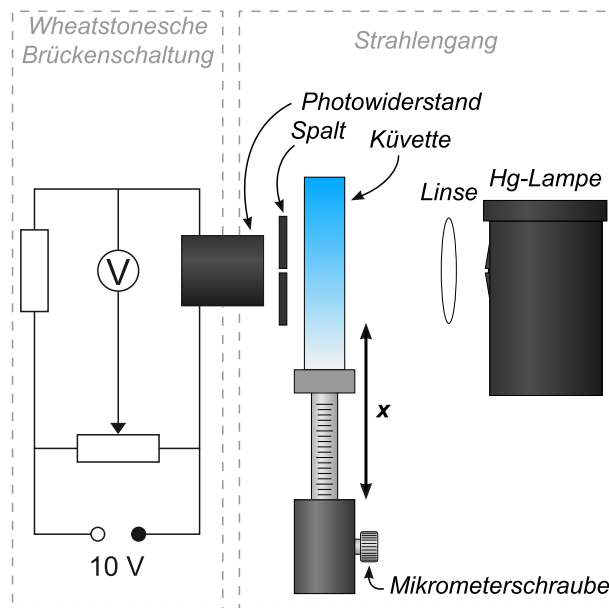


Abbildung 2: Skizze zum Versuchsaufbau: Auf einer optischen Bank werden hintereinander eine Quecksilber-Dampflampe, eine Linse, eine höhenverstellbare Küvette, ein Spalt und ein Photowiderstand befestigt. Am Photowiderstand hängt eine Wheatstonesche Brückenschaltung.

mit der Zeit die Flüssigkeiten diffundieren, ändert sich die Konzentration und damit auch die durchgelassene Lichtmenge. Daher messen wir in den folgenden 30 Minuten jeweils in 30-Sekunden-Schritten die Höhe, bei der an der Wheatstoneschen Brückenschaltung kein Strom fließt. Generell gilt: Falls mit dem aktuellen Widerstand R_1 an der Wheatstoneschen Brückenschaltung der Nullpunkt nicht erreichbar ist, wechseln wir den Widerstand und notieren dies.

Messung 2 des Konzentrationsverlaufes $\frac{c_0}{32}$ Für die zweite Messung entfernen wir zuerst die Küvette aus der ersten Messung vorsichtig und beginnen die Messung 1 erneut mit einem Filter $\frac{c_0}{32}$ und einer neuen Küvette, die wir jedoch identisch befüllen.

Messung 3 des Konzentrationsprofils nach 40 Minuten Im Anschluss an die zweite Messung soll nun bei nahezu konstanter Zeit der Ort für verschiedene Konzentrationen gemessen werden. Dazu spannen wir etwa 40 Minuten (die genauen Zeiten werden notiert) nach Beginn der Messung 2 die Graufilter $\frac{c_0}{2}$, $\frac{c_0}{4}$, $\frac{c_0}{8}$, $\frac{c_0}{16}$ und $\frac{c_0}{32}$ ein und suchen für diese die jeweilige Höhe, bei der an der Wheatstoneschen Brückenschaltung kein Strom fließt. Dies führen wir für jeden Filter zweimal durch; zuerst in einem Teil a) einmal aufsteigend von $\frac{c_0}{2}$ zu $\frac{c_0}{32}$, dann einmal anders herum in einem Teil b).

Messung 4 des Konzentrationsprofil nach 100 Minuten Zuletzt führen wir Messung 3 mit der Küvette aus Messung 1 erneut durch. Dadurch messen wir quasi das Konzen-

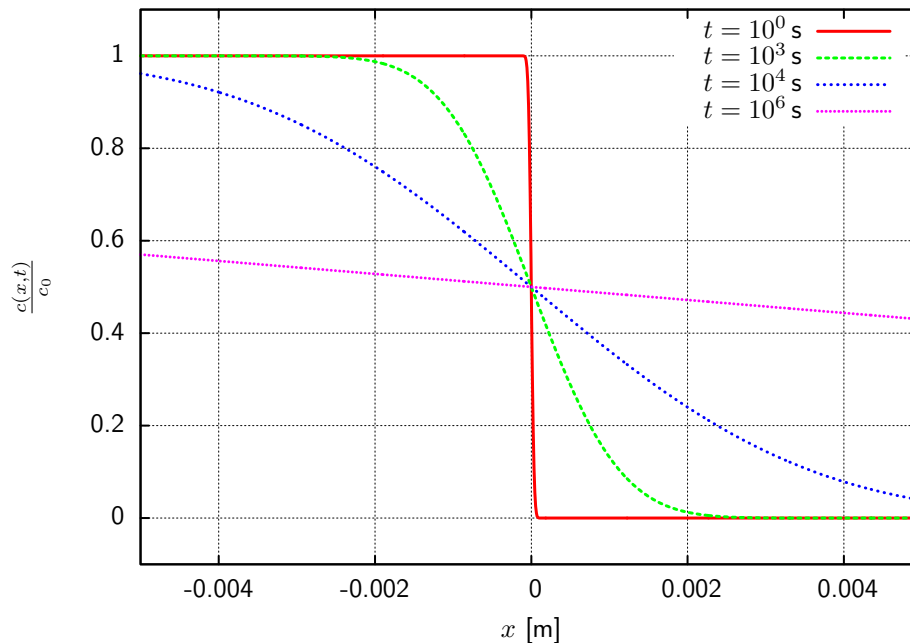


Abbildung 3: Diffusionskurven zu verschiedenen Zeitpunkten. Aufgetragen wird für verschiedenen Zeiten der Konzentrationsverlauf z.B. des Methylblaus.

trationsprofil nach 100 Minuten. Für den Filter $\frac{c_0}{32}$ war hierbei keine Messung möglich, da der Nullpunkt außerhalb des Bereiches lag, in dem die Küvette verstellbar war. Gleiches gilt für die zweite Messung für den Filter $\frac{c_0}{16}$.

4 Auswertung

4.1 Interpretation der Messungen

In Abb. 3 sind sog. Diffusionskurven für verschiedene Zeiten t nach Beginn der Diffusion dargestellt. Sie ergeben sich nach Gl. (3). Wir nehmen dazu einen idealen Diffusionsvorgang an, der nicht durch äußere Einflüsse gestört ist. Auf der y-Achse ist dabei jeweils die Konzentration eines der Stoffe im Vergleich zur Anfangskonzentration dargestellt. Mit wachsender Zeit nimmt das Konzentrationsgefälle im Mittelpunkt immer stärker ab.

Nun sollen die durchgeführten Messungen anhand der Abbildung interpretiert werden. In den Messungen 3 und 4 bewegt man sich entlang einer Diffusionskurve für eine feste Zeit. In den Messungen 1 und 2 wurde jeweils die Position für eine feste Konzentration bestimmt. Im Diagramm entspricht das dem x-Wert des Schnittpunktes der Diffusionskurve zur aktuellen Zeit und einem festen y-Wert, der dem Filter entspricht (z.B. $\frac{1}{16}$).

4.2 Bestimmung der Diffusionskonstanten

Als nächstes wollen wir aus den zwei längeren Messreihen die Diffusionskonstante errechnen. Dazu gehen wir von Gleichung (3) aus. Halten wir in dieser Gleichung alle Größen außer x und t konstant, muss gelten: $\frac{x}{\sqrt{t}} = \text{konst.}$ Das ist äquivalent zu $x^2 = m \cdot t$. Diese Gesetzmäßigkeit verwenden wir, um die Diffusionskonstante zu bestimmen. Aus den aufgezeichneten Daten bestimmen wir dazu durch Regression den Bestwert für m . Aus dieser Proportionalitätskonstante können wir dann, bei gegebenen Randbedingungen die Diffusionskonstante errechnen. Dazu stellen wir Gleichung (3) um:

$$1 - \frac{2 \cdot c(x, t)}{c_0} = \text{erf} \left[\underbrace{\frac{\sqrt{m}}{2\sqrt{D}}}_{=:C} \right]$$

Da die Gaußsche Fehlerfunktion keine einfache Umkehrfunktion besitzt, bestimmen wir den entsprechenden Wert für C für die zwei Messreihen mit einer einfachen Nullstellenbestimmung in `python` (Die Bibliothek `scipy`¹ stellt effiziente Funktionen sowohl für die Fehlerfunktion als auch für die Nullstellenbestimmung bereit). Danach können wir die obere Gleichung weiter umformen und erhalten

$$D = \frac{m}{4 \cdot C^2}. \quad (4)$$

Aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung folgt

$$\sigma_D = \frac{\sigma_m}{4 \cdot C^2}. \quad (5)$$

Messung 1 Betrachten wir nun die Ergebnisse aus der 1. Messung. Hier haben wir den Filter C/16 verwendet, d.h. $\frac{c(x,t)}{c_0} = \frac{1}{16}$. Daraus folgt

$$\text{erf } C = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$$

Mit der oben beschriebenen Methode ergibt sich daraus $C \approx 1.0848$. Wir verwenden hier relativ viele Nachkommastellen und betrachten dafür die Größe als nicht fehlerbehaftet. Denn der Fehler ist bei der gewählten Genauigkeit um Größenordnungen kleiner als der Fehler in m .

Um m zu bestimmen, tragen wir x^2 gegen t auf und bestimmen mit `gnuplot` mithilfe eines χ^2 -Fits den Optimalwert für m sowie den Fehler σ_m mit der Funktion $f(x) = m \cdot x$. Wir erhalten den in Abb. 4 dargestellten Graphen und $m = (257 \pm 5) 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

Für den Fehler der Zeit gilt

$$\sigma_t = 5 \text{ s} + 0.01 \text{ s} + 0.005 \cdot t,$$

wobei wir hier den systematischen Fehler einer Messung mit 5 s annehmen.

Für den Fehler in x^2 gilt

$$\sigma_{x^2} = 2 \cdot \sigma_x \cdot x.$$

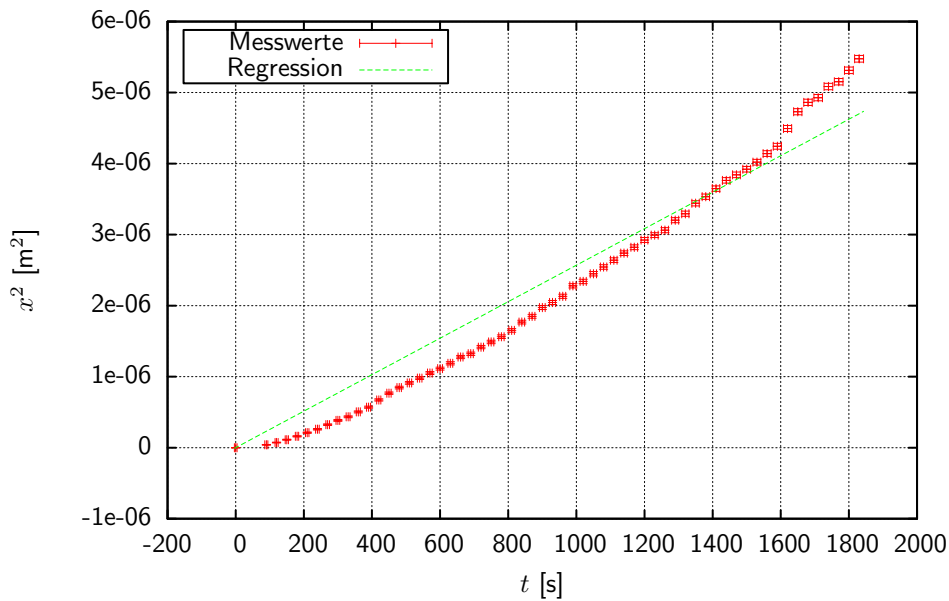


Abbildung 4: Auftragung zur proportionalen Regression bei C/16. Auf der x-Achse ist die jeweilige Zeit, auf der y-Achse der Ort x zum Quadrat dargestellt. Die Fehlerbalken sind relativ klein und daher schwer zu erkennen.

Daraus folgt nach Gleichung (4) und (5) eine Diffusionskonstante

$$D = (5.46 \pm 0.11) \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}.$$

Messung 2 Bei der zweiten Messung verwendeten wir den Filter C/32, also ist

$$\text{erf } C = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}.$$

Daraus folgt $C \approx 1.317$. Wir tragen auch hier x^2 gegen t auf und führen eine proportionale Regression durch (siehe oben, Abb. 5).

Daraus ergibt sich $m = (323 \pm 12) 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ und $D = (4.66 \pm 0.18) 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

Mittelwert Als gewichteten Mittelwert beider Messungen erhalten wir nach der üblichen Formel

$$D = (5.2 \pm 0.1) 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}. \quad (6)$$

¹<http://scipy.org/>, Stand 4. Juli 2013

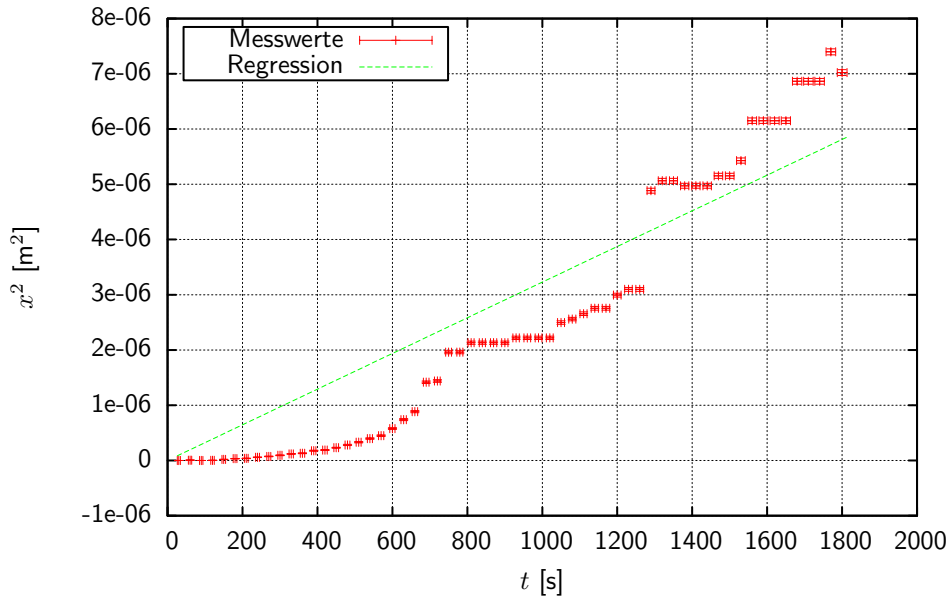


Abbildung 5: Auftragung zur proportionalen Regression bei $C/32$. Auf der x-Achse ist die jeweilige Zeit, auf der y-Achse der Ort x zum Quadrat dargestellt. Die Fehlerbalken sind relativ klein und daher schwer zu erkennen.

4.3 Konzentrationsprofil

Nun sollen die Ergebnisse aus Messung 3 und 4 mit den theoretisch zu erwartenden Werten verglichen werden. Auf die y-Achse der entsprechenden Diagramme tragen wir dazu direkt den Kehrwert der Kennzahl des jeweils verwendeten Filters auf. Auf die x-Achse soll die Position relativ zur ursprünglichen Grenzschicht der Flüssigkeiten aufgetragen werden. Wie in Abb. 3 zu erkennen ist, ist an der Stelle $x = 0$ die Konzentration aus Symmetriegründen immer $c_0/2$. Dies können wir anders herum nutzen, um die Stelle $x = 0$ zu finden. Sie ist immer die Position des Filters $c_0/2$. Dafür haben wir insgesamt 4 Messwerte aufgezeichnet, deren Mittelwert $513.25 \cdot 10^{-5}$ m wir als Nullpunkt verwenden.

Die mehrfache Messung der zeitunabhängigen Position der ursprünglichen Grenzschicht erlaubt uns ebenfalls eine Abschätzung der statistischen Fehler während der Messung. Denn wir haben im Prinzip 4 Mal genau den gleichen Wert gemessen. Für eine Abschätzung des Fehlers im Ort für einen einzelnen Messwert bilden wir die empirische Standardabweichung und erhalten $\sigma_s = 59 \cdot 10^{-5}$ m.

Als Diffusionskonstante für die theoretischen Kurven verwenden wir den Wert aus (6). Um zu berücksichtigen, dass während des Versuches Zeit vergeht, definieren wir folgende Funktion

$$\mathcal{C}(x) := \frac{c(x, \tau(x))}{c_0}.$$

Die Funktion $\tau(x)$ ergibt sich dabei aus einfacher polynomialer Interpolation nach Lagrange. [1, S. 878]

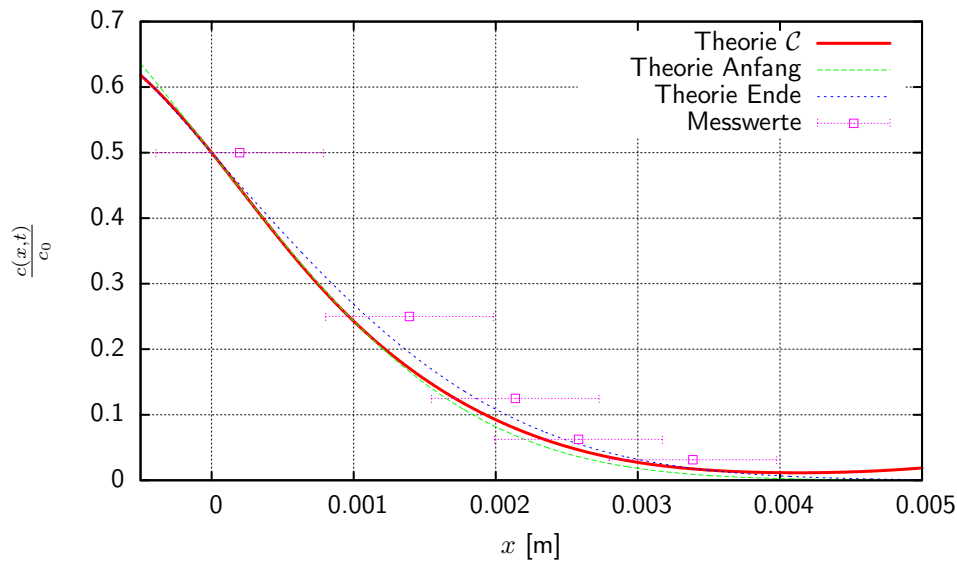


Abbildung 6: Ergebnisse für Versuch 3a. Verglichen werden die Auslenkungen der verschiedenen Filter mit der theoretischen Vorhersage einmal für konstante Zeit mit der Zeit der ersten Messung, einmal für konstante Zeit mit der Zeit der letzten Messung und für variable Zeit $\tau(x)$.

Damit erhalten wir die in Abb. 6, 7, 8 und 9 dargestellten Ergebnisse.

Nun soll die Abweichung berechnet werden, die entstände, wenn man t als konstant annimmt. Diesen Fehler können wir aus dem Graphen ablesen. Bei Messung 3 liegt er im Bereich von 0.5 mm, bei Messung 4 um 0.2 mm. Dies ist auch zu erwarten, denn für große Zeiten konvergiert der Konzentrationsverlauf.

5 Diskussion

5.1 Bestimmung der Diffusionskonstanten

Die bestimmte Diffusionskonstante von $D = (5.2 \pm 0.1) \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ weicht um 23 % vom Literaturwert von $4 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ ab. Die Abweichung liegt damit deutlich außerhalb des Fehlerintervalles. Dies ist vor allem dadurch zu erklären, dass der Wert des Fehlers aus der Regression in `gnuplot` stammt. Diese berücksichtigt nur die Abweichung der verschiedenen Werte zur Ursprungsgeraden, aber nicht den Fehler der einzelnen Werte. Dieser ist auch mit dem Ablesefehler an der Höheneinstellung zu gering abgeschätzt, wie die Nullpunktbestimmung im zweiten Versuchsteil zeigt.

Weitere Fehler dürften dadurch entstehen, dass die Küvetten teilweise verdreht waren oder dass die Füllung am Anfang nicht exakt der gewünschten Form entsprach. Eine weitere Fehlerquelle liegt in den Bewegungen der Küvette. Außerdem könnte die Tatsache eine Rolle spielen, dass sich die Temperatur der Flüssigkeiten mit der Zeit änderte. Dies führt

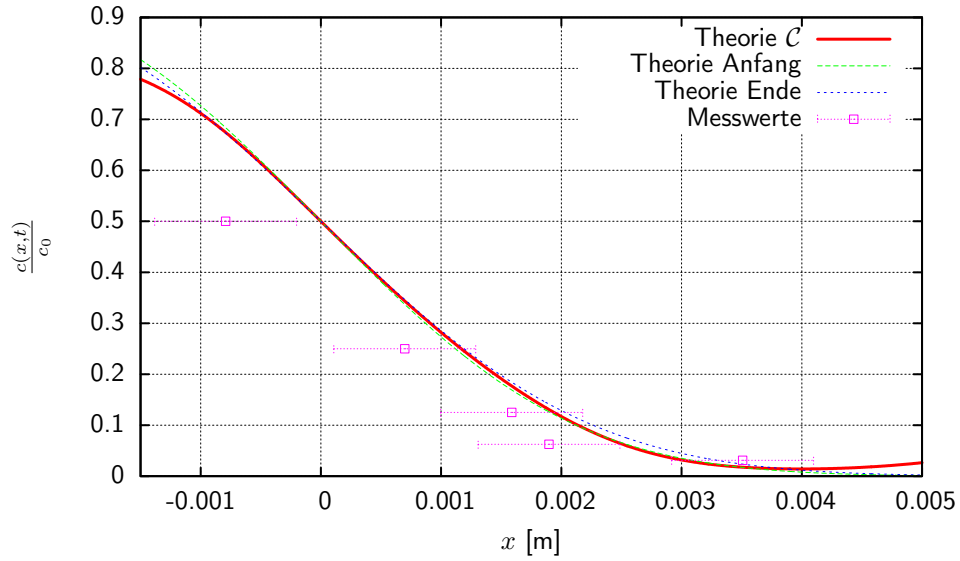


Abbildung 7: Ergebnisse für Versuch 3b. Verglichen werden die Auslenkungen der verschiedenen Filter mit der theoretischen Vorhersage einmal für konstante Zeit mit der Zeit der ersten Messung, einmal für konstante Zeit mit der Zeit der letzten Messung und für variable Zeit $\tau(x)$.

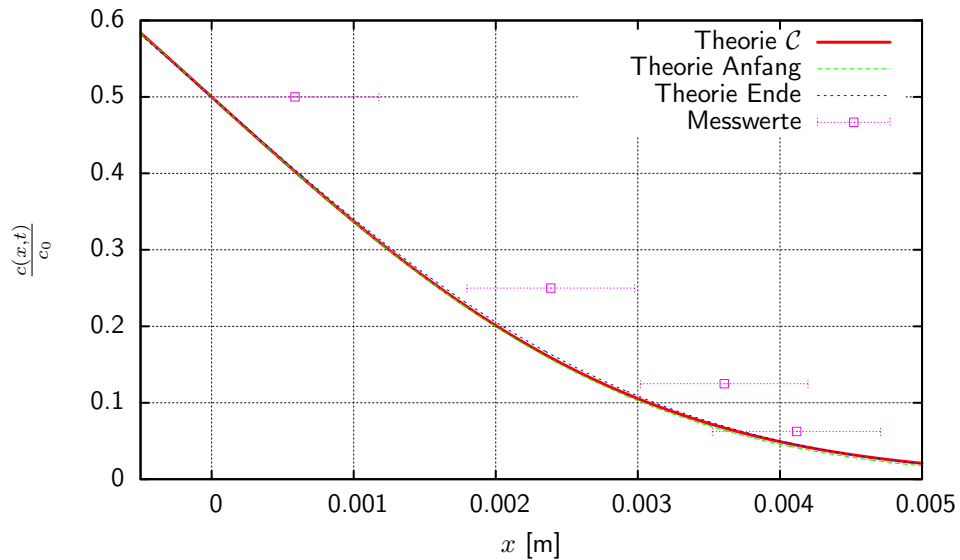


Abbildung 8: Ergebnisse für Versuch 4a. Verglichen werden die Auslenkungen der verschiedenen Filter mit der theoretischen Vorhersage einmal für konstante Zeit mit der Zeit der ersten Messung, einmal für konstante Zeit mit der Zeit der letzten Messung und für variable Zeit $\tau(x)$.

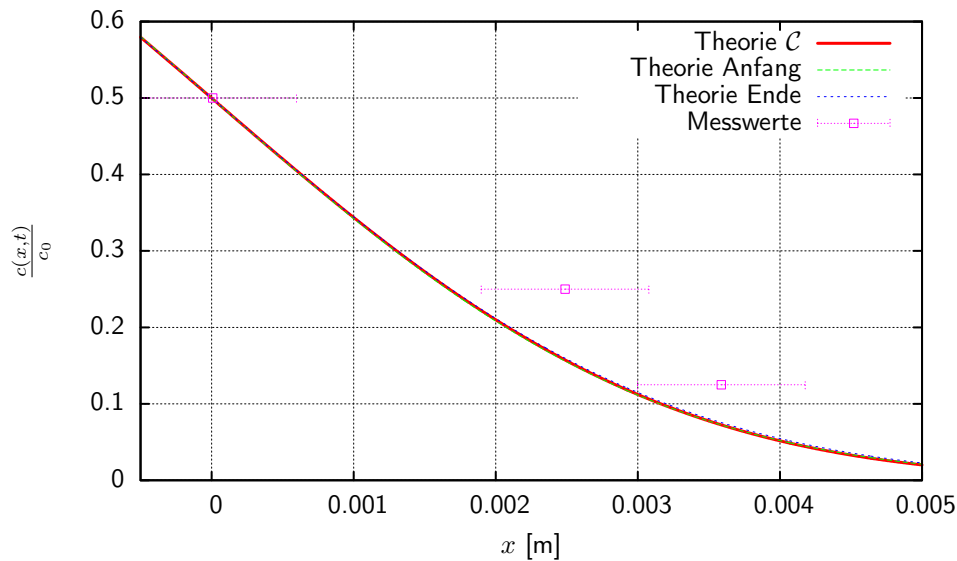


Abbildung 9: Ergebnisse für Versuch 4b. Verglichen werden die Auslenkungen der verschiedenen Filter mit der theoretischen Vorhersage einmal für konstante Zeit mit der Zeit der ersten Messung, einmal für konstante Zeit mit der Zeit der letzten Messung und für variable Zeit $\tau(x)$.

zu mehr kinetischer Bewegung der Teilchen und schnellerer Diffusion. Bei einem solchen Prozess ist eine mit der Zeit steigende Diffusionskonstante zu erwarten. Problematisch könnten ebenfalls leicht wechselnde Lichtverhältnisse im Raum sein.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass viele Unsicherheiten auftreten, die über die durchgeführte Fehlerabschätzung hinaus gehen. Trotzdem erhalten wir aber einen einigermaßen guten Wert für die Diffusionskonstante D .

5.2 Konzentrationsprofile

Die Ergebnisse für die Konzentrationsprofile stimmen im Rahmen der Fehlerbalken einigermaßen mit der Vorhersage überein. Dies zeigt auch, dass die Messungen 1 und 2 zu den Messungen 3 und 4 konsistent sind. Denn für die Vorhersage der Werte in 3 und 4 haben wir die Diffusionskonstante aus 1 und 2 verwendet. Insgesamt gibt es aber auch hier teilweise drastische Fehler, die durch die oben erwähnten Fehlerquellen entstehen. Besonders zu beachten ist bei diesem Versuchsteil die Fehlerquelle durch Bewegung der Küvetten.

5.3 Diffusionskonstante aus Konzentrationsprofilen

Um die Konsistenz der verschiedenen Messungen zu bewerten, wollen wir aus den Messungen 3 und 4 die Diffusionskonstante bestimmen und das Ergebnis und den Messungen 1 und 2 vergleichen.

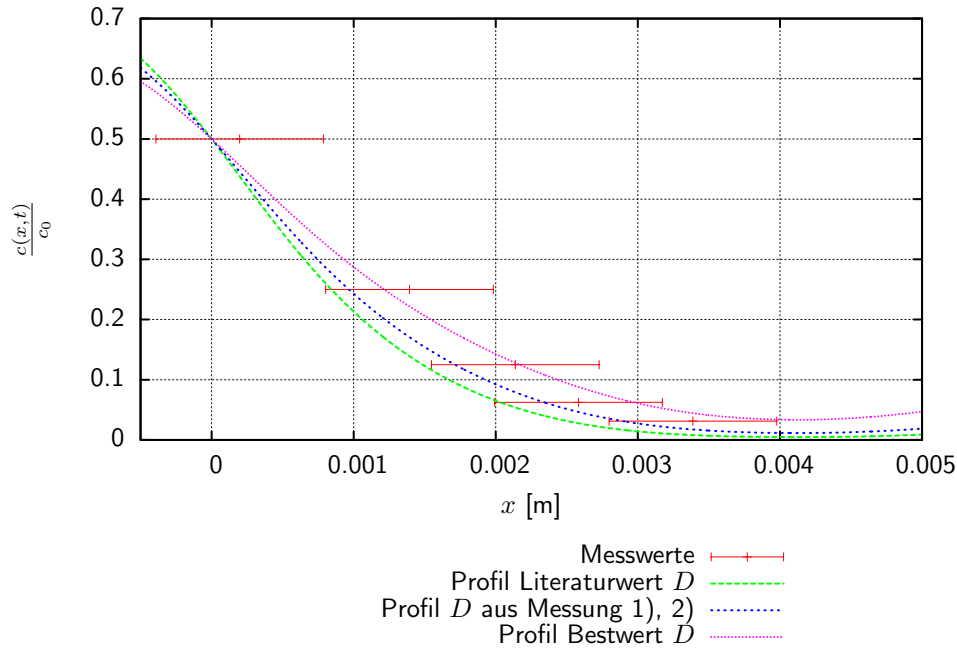


Abbildung 10: Konzentrationsprofile für verschiedene Diffusionskonstanten zum Versuch 3a

Messung	3a	3b	4a	4b
$D[10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}]$	8.0 ± 1.2	5 ± 3	9 ± 3	9.7 ± 1.1

Tabelle 1: Übersicht über die Ergebnisse für D aus den Messungen 2 und 3

Konkret führen wir dazu eine Regression über D in `gnuplot` durch. Als Zeit verwenden wir dafür jeweils die Funktion $\tau(x)$. Exemplarisch sind in Abb. 10 Konzentrationsprofile für verschiedene Diffusionskonstanten im Vergleich zu den Messdaten aufgetragen. Die Ergebnisse für D aus diesem Verfahren für die unterschiedlichen Messreihen sind in Tab. 1 zusammengefasst.

Eine Übersicht über die verschiedenen Ergebnisse ist ebenfalls in Abb. 11 zu sehen. Insgesamt erhalten wir für D einen gewichteten Mittelwert von $(5.3 \pm 0.1) 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. Es wird deutlich, dass die Werte für D aus Messung 1 und 2 wesentlich genauer sind als die aus 3 und 4. Dies ist auch zu erwarten. Die Übereinstimmungen der verschiedenen Werte für D sind im Rahmen der Fehler relativ groß. Sie liegen etwa in einem 2- bis 3- σ -Intervall um den Mittelwert.

Zusammenfassend lässt sich auch hier sagen, dass die Messergebnisse nicht wirklich gut sind, aber in der richtigen Größenordnung liegen. Unter Berücksichtigung der verschiedenen Fehlerquellen ist dies auch zu erwarten.

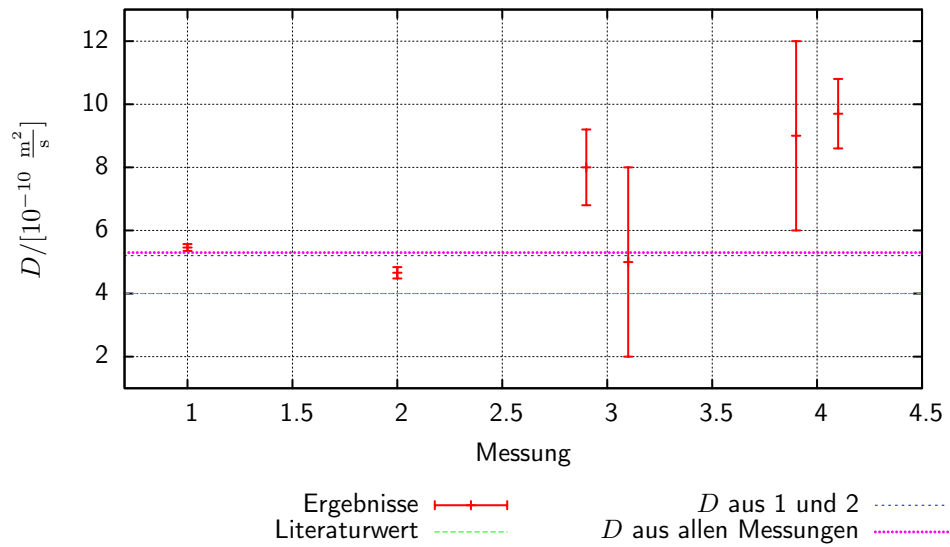


Abbildung 11: Vergleich der Ergebnisse für D aus allen Messungen

Literatur

- [1] M. ABRAMOWITZ, I. STEGUN (1972): *Handbook of mathematical functions*, 10. Auflage
- [2] DIETER MESCHÉDE (2010): *Gerthsen Physik*, 24. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York
- [3] WOLFGANG DEMTRÖDER (2009): *Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik*, 5. Auflage, Springer Berlin Heidelberg
- [4] *Lernportal der Universität Göttingen: Diffusion*, <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3665>, abgerufen 3.7.2013